

COMPOSITION DE LA DEUXIÈME PÉRIODEÉPREUVE DE : MathématiquesCLASSE : 11^{ème} SciencesDURÉE : 3 heuresCOEF : 3Situation 1 : (4 points)

- 1) Simplifie l'expression $A = \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) + \cos(27\pi - x)$. (1 pt)
- 2) Calcule la valeur exacte de $B = \cos\left(-\frac{21\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{26\pi}{3}\right)$. (1 pt)
- 3) Soit le polynôme P définie par $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$.
 - a) Vérifie que $P(1) = 0$ puis résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (1 pt)
 - b) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $2\cos^3 x - \cos^2 x - 2\cos x + 1 = 0$. (1 pt)

Situation 2 : (4 points)

- 1) a) Factorise : $\sin 5x - \sin x$. (0,5 pt)
 - b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sin 5x - \sin x - 2\cos 3x = 0$. (1,5 pt)
- 2) Résous dans $[0; 2\pi]$, l'équation : $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ (1 pt)
- 3) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$. (1 pt)

Situation 3 : (4 points)

- 1) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x^2 + x - 3}{-3x^2 + 5x - 2}$
 - a) Détermine l'ensemble de définition de f . (0,5pt)
 - b) La fonction f est-elle continue en 1 ? Justifie. (0,5pt)
 - c) f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? (0,5pt)

Si oui, donne ce prolongement (0,5pt)
- 2) Soient les fonctions h et g définies par $h(x) = \sqrt{x+2}$ et $g(x) = |x-1| + 2$.
 - a) Justifie que h est dérivable en $x_0 = -1$. (0,5pt)

Trouve une équation de la tangente à la courbe de h au point d'abscisse -1 . (0,75pt)
 - b) Étudie la dérivabilité de g en 1. (0,75pt)

Situation 4 : (8 points)

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{2}{x-1} & ; \text{ si } x < 1 \\ f(x) = \frac{x^2}{x-1} & ; \text{ si } x > 1 \end{cases}.$$

On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2cm.

1) Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f . (0,5pt)

2) a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. (0,5pt)

b) Interprète graphiquement les résultats. (0,25pt)

3) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et interprète graphiquement le résultat. (0,5pt)

4) a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (0,5pt)

b) Détermine les réels a, b et c tels que $\forall x \in]1; +\infty[, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. (0,5pt)

c) Dédus-en que la droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à C_f en $+\infty$. (0,5pt)

5) Pour tout $x < 1$, calcule $f'(x)$ et déduis-en le sens de variations de f sur $]-\infty; 1[$. (0,75pt)

6) Pour tout $x > 1$, montre que $f'(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$. (0,5pt)

7) Détermine le sens de variations de f sur $]1; +\infty[$ (1pt)

8) Dresse le tableau de variations de f sur son ensemble de définition. (1pt)

9) Construis le plus fidèlement C_f ainsi que ces asymptotes. (1,5pt)

Mieux vaut traiter peu de questions avec rigueur
que tout le sujet avec des erreurs