

Composition de la 2^{eme} Période — Epreuve : Mathématiques — Durée : 3 heuresExercice 1 (6pts)

1. a. Montrer que $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{2\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)}{1-\tan^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}$ en déduire que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ est solution de l'équation $x^2 + 2x - 1 = 0$.

b. En déduire la valeur exacte de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ puis $\tan\left(\frac{7\pi}{8}\right)$.

2. On pose $A(x) = \cos^2(x) - \cos^4(x)$.

a. Factoriser $A(x)$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ $A(x) = 0$.

c. On pose la fonction $F(x) = \frac{\sin^2(x) - \sin^4(x)}{\cos^2(x) - \cos^4(x)}$.

Donner l'ensemble de définition de $F(x)$ puis simplifier F et calculer la dérivée $F'(x)$

Eercice2 (6pts)

Soit $U_{n(n) \in \mathbb{N}}$ une suite numérique tel que
$$\begin{cases} U_0 = 9 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$$

1. Calculer U_1, U_2, U_3 .

2. Soit $V_n, n \in \mathbb{N}$ tel que $V_n = U_n - 3$.

a. Montrer que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.

b. Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

c. Calculer la somme S_{100} des 100 premiers termes de V_n .

d. En déduire la somme S'_{100} des 100 premiers termes de U_n .

Problème (8pts)

Un routier doit faire un trajet de 150 km. Si sa vitesse moyenne est de x kilomètre par heure, alors sa consommation en gaz oil est $6 + \frac{x^2}{100}$ litres par heure.

Le prix du litre du gaz oil est 400 francs CFA. Le chauffeur est payé à 1200 francs par heure.

1. a. Exprimer en fonction de x le salaire du chauffeur et le coût du gaz oil.

b. En déduire que le coût du trajet exprime en CFA est donné par :

$$f(x) = 600x + \frac{540000}{x}.$$

2. a. Etudier les variations de f sur l'intervalle $]0, +\infty[$.

b. Déterminer la vitesse moyenne v pour laquelle le coût du trajet est minimal puis calculer ce coût.

3. on appelle (C) la représentation graphique dans le plan muni d'un repère (O, I, J) .

a. Déterminer les asymptotes à (C) .

b. Compléter le tableau suivant :

x	10	20	30	40	60	90
F(x)						

C Construire la courbe