

Lycée Empire Manding de Faladie (LPEMA-F)	Année Scolaire 2025-2026	
Composition de la première période		
<i>Epreuve de Mathématiques</i>		
Classe : 11 ^e Sciences	Durée : 3 heures	Coefficient : 4

Situation 1 :(5pts)

Soit (E) l'équation définie par $(E): 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0$

- 1) Vérifie que 0 n'est pas un zéro de P .
- 2) Montre que l'équation (E) est équivalente à (E') définie par :

$$(E') : x^2 \left[2 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 - 9 \left(x + \frac{1}{x} \right) + 10 \right] = 0$$

- 3) On pose $X = x + \frac{1}{x}$
 - a) Montre que l'équation (E') est équivalente à (E'') définie par : $(E'') : 2X^2 - 9X + 10 = 0$.
 - b) Résous (E'') : $2X^2 - 9X + 10 = 0$.
 - c) Déduis-en les solutions de (E) .

Situation 2 :(5pts)

I. On considère la fonction f définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 + 4x$$

- 1) La fonction f est-elle une application ? Justifie ta réponse.
- 2) Vérifie que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x + 2)^2 - 4$
- 3) Montre que $f(\mathbb{R}) = [-4; +\infty[$
- 4) Détermine $f^{-1}([-4; 0])$ et $f^{-1}([5; +\infty[)$

II. 1) Résous le système :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 20 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2} \end{cases}$$

2) a) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante $\sqrt{x+4} = x+1$

b) Résous dans $\mathbb{R}$, les inéquations a) $\sqrt{x+1} < x-5$; b) $1 \leq \frac{2x-4}{x-1} \leq 2$

Problème :(10pts)

I. Soient P et Q les polynômes définies par :

$$P(x) = 2x^4 + 8x^3 - 2x^2 - 32x - 24 \text{ et } Q(x) = x^2 + x - 6$$

- 1) a) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $Q(x) = 0$.
- b) Détermine les réels $a; b$ et c tels que $P(x) = Q(x)(ax^2 + bx + c)$
- c) Montre alors que $P(x) = 2(x^2 - 4)(x + 1)(x + 3)$
- d) Résous dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $\frac{|x-2| \times |x-5|}{p(x)} \leq 0$

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2Q(x)}{P(x)}$

a) Détermine l'ensemble de définition de g .

b) Trouve deux réels α et β tels que $g(x) = \frac{\alpha}{x+1} + \frac{\beta}{x+2}$

c) Soit $S_n = g(0) + g(1) + g(2) + \dots + g(n)$.

Montre que $S_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{n+2}$ puis calcule S_6 .

II. Soit l'équation $(E_m): x^2 + (m-1)x - m + 1 = 0$ avec $m \in \mathbb{R}$

1) En discutant suivant les valeurs du paramètre réel m , détermine le nombre de solutions de l'équation (E_m) .

2) Trouve une relation indépendante de m entre x_1 et x_2 .

« Ne laissez jamais passer un jour sans vous dire, je ferai mieux demain »