

Exercice 1 :.....(6pts)

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{7x+4}{|2x-4|-3}$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 3 - \frac{2}{x^2+1}$$

1. Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions f et g .

2. Détermine la restriction h de f à l'intervalle $] -\infty ; -2]$.

3. a. Justifie que $\forall x \in \mathbb{R}, 1 \leq g(x) \leq 3$.

b. g admet-elle de maximum ?

c. g admet-elle de minimum ?

4. On pose $A =] -\infty ; 2[$ et $B = [0 ; \sqrt{2}]$

a. Détermine l'image réciproque de A par g .

b. Détermine l'image directe de B par g .

Exercice 2 :.....(7pts)

On considère l'équation (E_m) d'inconnue x et de paramètre réel m définie par

$$(E_m) : (1 - m)x^2 + (2m - 3)x + m + 1 = 0$$

1) a. Détermine m pour que 2 soit une solution de (E_m) .

b. Résous (E_m) pour $m = 1$.

2) On suppose que $m \neq 1$.

a. Calcule le discriminant Δ_m de (E_m) puis étudie son signe.

b. Discute suivant les valeurs du paramètre m le nombre de solutions de l'équation (E_m) .

3) On désigne par x_1 et x_2 les solutions de (E_m) lorsqu'elles existent avec $x_1 < x_2$.

Détermine les valeurs de m pour que :

- a. x_1 et x_2 soient opposées ;
- b. x_1 et x_2 soient de signes contraires ;
- c. x_1 et x_2 soient strictement négatives.

4) Trouve une relation indépendante de m entre x_1 et x_2 .

Problème :.....(7pts)

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A : on considère le polynôme $P(x)$ défini par $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$

1. a. Vérifie que 1 et -1 sont des racines de $P(x)$.
- b. Détermine trois réels a, b et c tels que $P(x) = (x^2 - 1)(ax^2 + bx + c)$.
- c. En déduis les autres racines de $P(x)$.
2. Détermine le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{P(x)}$.
3. Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{P(x)}{x^2 - 4x + 3}$.
- a. Détermine l'ensemble de définition D_g de g .
- b. Simplifie la fraction rationnelle $g(x)$ pour $x \in D_g$.

Partie B

Un grossiste achète un certain nombre d'appareils photos pour un montant de 21 600 Euros. S'il en prend 30 de plus, le vendeur lui aurait accordé une réduction de 20 Euros par appareil et il lui en aurait coûté 2 400 Euros de plus.

Combien d'appareils ont été achetés par le grossiste et quel est le prix d'un appareil ?