

Exercice 1**5 pts**

1. Pour tout réel x , on pose :

$$P(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$$

- (a) Calculer $P(x)$ pour $x = -1$. Que peut-on dire de $x = -1$?
 (b) Trouver une factorisation complète de $P(x)$.
 (c) Résoudre de $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$ et l'inéquation $P(x) < 0$.

2. Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x + 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 1}$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + x^2 - 3x + 2)$

3. Dans chacun des cas calculer la dérivée de la fonction f .

(a) $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 5x - 1$

(b) $f(x) = (3x + 5)(x + 2)$

(c) $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x + 1}$

(d) $f(x) = (2x - 3)^3$

Exercice 2**5 pts**

1. On pose :

$$A = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

$$B = \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{8}\right)$$

Calculer $A + B$ et $A - B$. En déduire A et B .

2. (a) Exprimer $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$.

(b) Démontrer que : $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$.

(c) En déduire que : $\tan 3x = \frac{\tan x (3 - \tan^2 x)}{1 - 3 \tan^2 x}$.

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations suivantes :

(a) $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$

(b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 3**10 pts**

Soit f une fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$.

Désignons par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- Quel est le domaine de définition de f ?
- Déterminer les limites de f aux bornes de D_f .
- Calculer la dérivée f' de f , puis étudier son signe.
- Donner le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
- Déterminer les réels a , b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 1}$.
- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe de f . Préciser l'autre asymptote.
- Étudier la position relative de la courbe de f par rapport à l'asymptote oblique.
- Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x = -2$.
- Représenter graphiquement la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.