

Lycée Empire Manding de Faladie (LPEMA-F)		Année Scolaire 2025-2026
Composition de la deuxième période		
Epreuve de Mathématiques		
Classe : 11 ^e Sciences	Durée : 3 heures	Coefficient : 3

Situation 1 :(5pts)

I. Soit x un réel, on pose :

$$C(x) = \left[\cos(\pi - x) \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right]^2 - \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin(\pi - x) \right]^2$$

Simplifie $C(x)$, puis résous $C(x) = 0$. (1.5pt)

II. Pour tout x de $\mathbb{R}$: $P(x) = 2\sin^2 x - \sin x - 1$

1) a) Montre que $P(\pi - x) = P(x)$ (0.75pt)

b) Déduis-en $P\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $P\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ (0.75pt)

2) Factorise $P(x)$, puis résous dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $P(x) \geq 0$ (2pts)

Situation 2 :(5pts)

I. Calcule les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+6}-4}{\sqrt{x+4}-3} ; \quad b) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}-2x} ; \quad c) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos^2 x - 1}{1 + \cos x} \quad (2pts)$$

II. Détermine a pour que f soit continue en x_0 : $\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2-x+1}-x}{x-1} & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \\ f(1) = a \end{cases} \quad x_0 = 1 \quad (1pt)$

III. Détermine la dérivée de chacune des fonctions suivantes, après avoir précisé leur ensemble de définition.

$$a) f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 3; \quad b) f(x) = (2x - 3)(3x + 2); \quad c) f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \quad (2pts)$$

Problème :(10pts)

I. Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-3x-2}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ \sqrt{x^2+x+3} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

On désigne par (C_f) la courbe représentative graphique de f dans le plan muni repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1) Détermine $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (1.5pt)

2) Etudie les branches infinies de la courbe (C_f) . (2.5pts)

II. On considère la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^2+x-2}{x-2}$

Soit (C_g) la courbe représentative graphique de g dans un le plan muni repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- 1) a) Détermine l'ensemble de définition D_g de g . (0.5pt)
b) Calcule les limites de g aux bornes de D_g . (1.5pt)
- 2) a) Détermine les réels a, b et c tels que : $g(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$. (0.75pt)
b) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est asymptote à (C_g) . (0.75pt)
c) Etudie la position relative entre (C_g) et (D) . (0.75pt)
- 4) Calcule $g'(x)$ sur D_g , puis dresse le tableau de variations de g . (1.75pt)