

L.S.K

Classe : 11SC

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (4 points)

- Pour tout réel x ; on pose : $A(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$.
 - Prouve que $A(x) = -\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$.
 - Mets $A(x)$ sous la forme $A(x) = a \cos(2x + b)$ où a et b sont deux réels à déterminer.
 - Résous dans $[-\pi ; \pi]$; l'inéquation $A(x) \leq 1$.
- On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x^2 - 4}$.
 - Détermine l'ensemble de définition de f .
 - f est-elle prolongeable par continuité en $x_0 = 2$? si oui, détermine son prolongement g .

Exercice 2 : (5 points)

- Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$; où $a ; b$ et c sont des réels.
 - Détermine la fonction dérivée $f'(x)$. ?
 - Détermine les réels $a ; b$ et c sachant que f admet 1 pour extremum en 0 et - 3 pour extremum en 2 .
 - Dresse le tableau de variation de f .
- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + 2x$.
 - Ecris $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ sans la valeur absolue.
 - Etudie la dérivabilité de f à gauche et à droite en - 1 .
 - f est-elle dérivable en - 1 ?

Problème : (11 points)

La fonction f est définie par : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 3}$ et on désigne par (C_f) la courbe représentative.

- Détermine l'ensemble de définition de f .
- Calcule : $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
 - Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Détermine les réels $a ; b$ et c tels que : $\forall x \in D_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
- Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
 - Etudie la position relative de (C_f) et de la droite (D) .
- Démontre que $\forall x \in D_f$ la fonction dérivée : $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$.
 - Détermine le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
 - Déduis- en le sens de variation de f puis dresse le tableau de variation de f .
- Montre que le point $A(2 ; 5)$ est un centre de symétrie pour (C_f) .
- Détermine les coordonnées des points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.
- Construis (C_f) et ses asymptotes.