

Partie A : évaluation des ressources

Exercice 1

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^3$ respectivement les équations suivantes $x + \sqrt{-x^2 + x + 6}$
 $= \sqrt{2x\sqrt{x^2 + x + 6} - x} ; \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 - 4z^2 = 0 \\ 3x - 2y + z = 3 \\ x^2 - y^2 + 3z^2 - 4xy + yz + x + 2y - 3z + 7 = 0 \end{cases}$

b)

On considère l'expression (E) défini par : $(E) : x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x + 1 = 0$

- 1) Montrer que si a est solution de l'équation (E) alors $\frac{1}{a}$ l'est aussi. Puis que l'équation (E) est équivalente à l'équation : $(E') : x^2 - 3x + 4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$
- 2) Développer l'expression suivante : $(x + \frac{1}{x} - 1)(x + \frac{1}{x} - 2)$ puis En utilisant le changement de variable $X = x + \frac{1}{x}$ modifier l'équation (E') en une équation du second degré en X.
- 3) Résoudre l'équation en X obtenu à la question précédente. Et En déduire les valeurs de x solution de (E'). puis Donner l'ensemble des solutions de l'équation (E).

c)

Déterminer le nombre réel a tel que $0 < a < \frac{\pi}{2} ; \frac{1}{2}\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}\sin x = \cos(x + a)$

2. Résoudre dans $[0; 2\pi[$, l'équation $\cos x - \sqrt{3}\sin x = 1$

3. Représenter les images des solutions sur un cercle trigonométrique et calculer l'aire de la figure obtenues.

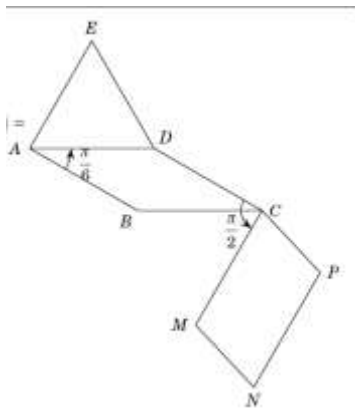
Exercice 2

Partie A

ABCD est un losange direct tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{6}$ On construit le triangle équilatéral direct ADE et le parallélogramme CMNP direct tel que $(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CM}) = \frac{\pi}{2}$

1) calculer $(\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{AB})$ puis $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$

2) Montrer que les droites (AE) et (NP) sont parallèles.



Partie B

- 1) Montrer que la somme $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$ est égale à 2
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_1) : \cos 3x = 0$ $(E_2) : \cos(x - \frac{\pi}{3}) = 0$
- 3) Placer sur un cercle trigonométrique les images des solutions de (E_1)
- 4) Quelles sont les solutions communes aux deux équations (E_1) et (E_2) dans $[0, 2\pi[$
Déterminer dans $[0, 2\pi[$ les solutions de l'équation : $\tan 3x = \tan(x - \frac{\pi}{3})$

Exercice 3

ABC est un triangle équilatéral de cote a soit le point E du plan tel que $4\vec{EA} = 3\vec{BA} + 2\vec{AC}$

- 1) Ecrire E comme barycentre des points A, B et C
- 2) Soit I milieu de $[AB]$
 - a) Ecrire E comme barycentre des points I et C
 - b) Démontrer que E appartient à la médiatrice de $[AB]$
 - c) Calculer EA, EB et EC
- 3) Soit K un réel dépendant de a on nomme (S) l'ensemble des points M tels que $3MA^2 + 3MB^2 - MC^2 = K$
 - a) Montrer que pour tout point M du plan on a $3MA^2 + 3MB^2 - MC^2 = 4ME^2 - \frac{3}{4}a^2$
 - b) Déterminer suivant les valeurs de k la nature de (S)
 - c) Déterminer K pour que (S) soit le cercle passant par B

Partie 2 évaluations des compétences

****Le candidats choisira une des situation problème au choix****

Situation 1

Dans le plan d'aménagement d'un quartier, trois maisons d'habitations A, B et C non alignées sont prévus à une zone spécifique. Il est aussi prévu des bouches d'eau à incendie, la première E et la seconde F , aux environs. La société de distribution d'eau WATER doit installer une source souterraine d'eau pour l'approvisionnement principal en un point M , tel que $\vec{ME} = \vec{MA} + \vec{MB}$ et $\vec{MF} = \vec{MA} - \vec{MB}$ Le protocole de

la société WATER exige que la source centrale soit d'abord Construite avant la construction des bouches d'eau. Les ingénieurs ont trois options :

Option 1 : la norme de $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ est égale à 200m.

Option 2 : la norme de $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$ est égale à celle de $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$

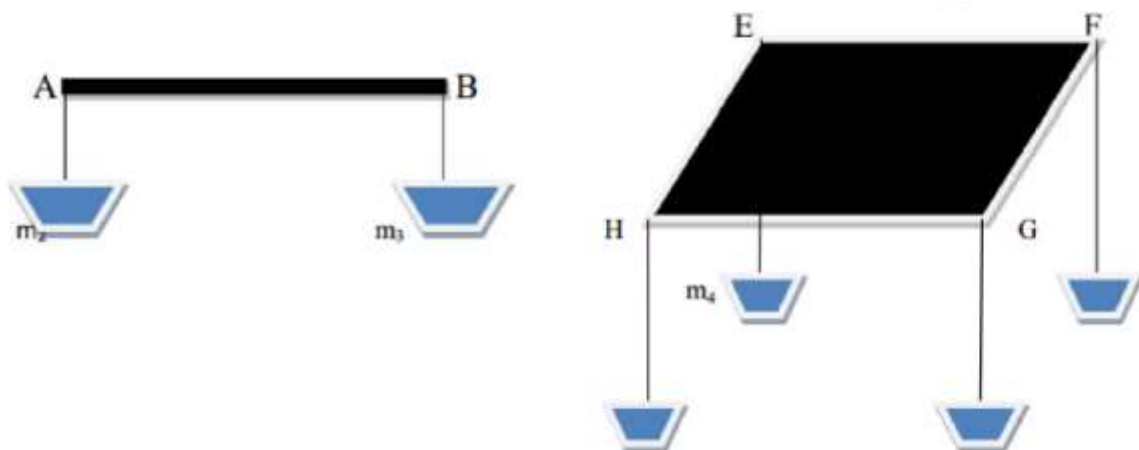
Option 3 : $\frac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MB}} = 1$ et $\frac{\overrightarrow{MA}}{\overrightarrow{MC}} = 1$

Tâches :

1. Déterminer une position possible de la première bouche d'eau pour l'option 1.
2. Déterminer une position possible de la deuxième bouche d'eau pour l'option 2.
3. Déterminer une position possible pour la source principale pour l'option 3.

Situation 2

Rostand revient de la rivière où il était allé chercher de l'eau. Il dispose de deux systèmes de levages. Le premier est une tige « AB » rigide et homogène de masse $m_1 = 1\text{kg}$, à laquelle on a suspendu avec des fils de même longueur deux petits sceau d'eau de masses $m_2 = 1\text{kg}$ et $m_3 = 2\text{kg}$. Le deuxième est un plateau parallélépipédique rectangulaire en bois homogène dur « ABCD » de masse négligeable, de longueur 1,5m et de largeur 1m. Il suspend aux quatre sommets du plateau quatre petits sceaux d'eau de masses identiques $m_4 = 1\text{kg}$. Après 200m de route, un sceau du plateau se renverse. Voici l'illustration graphique de ces systèmes.



1. Déterminer la position où Paulin doit arrêter la tige par la main pour qu'elle soit en équilibre.
2. (Déterminer la position où Paulin doit poser le plateau sur la tête pour qu'il soit en équilibre après les 200 premiers mètres de route.
3. Déterminer la position où Paulin doit poser le plateau sur la tête pour qu'il soit en équilibre pendant les 200 premiers mètres.