

Epreuve de Mathématiques :

Série : 11^{ème} S

Durée : 3 heures

Exercice 1 (6 points)

1- Détermine la mesure principale de chacun des angles suivants :

$$X = 420\pi \text{ rd} \quad Y = -753\pi \text{ rd} \quad Z = 955^\circ \quad T = 750 \text{ grade} \quad (2\text{pts})$$

2- Résous dans $]-\pi; \pi]$ puis dans $[0; 2\pi]$.

a) $2\cos x + \sqrt{3} \geq 0 \quad (1\text{pt})$

b) $\tan x < -\sqrt{3} \quad (1\text{pt})$

3- Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sqrt{3}\sin x + \cos x = -1 \quad (1\text{pt})$

b) $\cos\left(-7x + \frac{\pi}{5}\right) = -\sin\left(2x + \frac{\pi}{7}\right) \quad (1\text{pt})$

Exercice 2 : (4 points)

1- Exprime $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$. (2pts)

2- Le produit de l'âge de Monsieur Kouma et de celui de sa fille est 387. Il y a 3 ans ce produit était de 240. Détermine l'âge Monsieur Kouma et celui de sa fille. (2pts)

Partie A

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}_+ \rightarrow [1; +\infty[$

$$x \mapsto \sqrt{1+x^2}$$

1- f est-elle injective? (Justifiez votre réponse) (0,5pt)2- f est-elle surjective? (Justifiez votre réponse) (0,5pt)3- f est-elle bijective? (Justifiez votre réponse) (0,5pt)4- Trouve l'expression explicite de $f^{-1}(x)$. (0,5pt)5- Trace dans le même repère les courbes (C_f) et $(C_{f^{-1}})$ (1pt)6- Trouve l'image directe par f de : $5; [3; 7[$. (0,5pt)7- Trouve l'image réciproque par f de $[4; 9[$. (0,5pt)Partie B : $R = \pi$ On donne le polynôme h définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 1- Détermine les réels $a; b; c$ et d sachant que : $h(0) = -3$; $h(-1) = -4$; $h(2) = -1$ et $h(3) = -12$ (1pt)2- Pour la suite de l'exercice, on prendra pour valeurs de $a; b; c$ et d les valeurs obtenues dans la question 1. Factoriser $h(x)$ sous forme de produits de binômes du premier degré. (0,5pt)

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 3 \\ d = -3 \end{cases}$$

3-Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $h(x) = 0$ (0,5 pt)

4-Résous dans $\mathbb{R}$ les équations : a) $h(x) \geq 0$; b) $h(x) + 3 \leq 0$ (0,5 pt)

5-Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : (E) : $a \tan^3 x + b \tan^2 x + c \tan x + d = 0$ (1pt)

6-Résous dans $]-\pi; \pi]$ l'inéquation : (E) : $a \tan^3 x + b \tan^2 x + c \tan x + d \geq 0$ (0,5pt)

7-On considère l'équation paramétrique avec $m \in \mathbb{R}$

$$(E_m) : (m+b)x^2 + (2m-c)x + (m+d+2) = 0$$

a) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) (1 pt)

b) Discute suivant les valeurs de m le nombre et le signe des solutions de (E_m) . (0,5 pt)

c) Déterminer m pour que 1 soit solution de l'équation (E_m) . Trouver l'autre solution. (0,5 pt)

V la Paire)

COMPOSITION DE LA PREMIERE PERIODE 2020-2021

LCASTORS

CLASSE/ 11^{ème} SCIENCES DUREE: 3heures

SUJET

EXERCICE1 6points

I) Détermine la mesure la principale des angles orientés suivants

$$x = \frac{1025\pi}{3}, \quad y = \frac{-2000\pi}{7}, \quad z = 2573\pi, \quad t = 1995^\circ, \quad l = -36250gr. \quad (2pts)$$

II/Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes.

1) $\sqrt{-x^2 + 4x + 5} = x - 6$ (0,75pt) 2) $|-3x^2 + x - 7| \leq 9 - 2x$ (0,75pt)

3) $\sqrt{(x+1)^2 + 3} - 3x > 2$ (0,75pt) 4) $\sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$ (0,75pt)

III) Soit A, B et C trois villes telles que $d(A, B) = d(B, C)$.

Deux voitures se rendent de A à C en passant par B.

-La première va à la vitesse V de A à B, puis deux fois plus vite ensuite.

-La deuxième va de A à B à 48 km/h de moyenne, puis roule à la vitesse V+20 entre B et C.

-Les voitures mettent exactement le même temps.

Calcule la vitesse V. (1pt)

EXERCICE2

6points

R = M

I) Soit le polynôme P définie par : $P(x) = 16x^3 - 32x^2 + 4x + 12$

1) Détermine les réels a ; b et c tels que pour tout réel x :

$$P(x) = a(2x - 3)^3 + b(2x - 3)^2 + c(2x - 3) \quad (2pts)$$

2) En déduis la factorisation de P(x) sous forme de produits de binômes du premier degré. (1pt)

3) En déduis la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $P(x) = 0$ puis celle de l'inéquation $P(x) \leq 0$. (1pt)

4) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 12$ puis l'inéquation $P(x) \leq 12$. (1pt)

II) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $7x^6 + 13x^3 + 6 = 0$ (1pt)

TSVP

PROBLEME

8points

Les parties A,B , C,D et E sont indépendantes.

A) Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

Détermine l'équation de la parabole $(\mathcal{P})$ dont la courbe représentative passe par les points $A\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$, $B\left(\begin{smallmatrix} 2 \\ -5 \end{smallmatrix}\right)$ et $C\left(\begin{smallmatrix} 3 \\ -12 \end{smallmatrix}\right)$ (1pt)

R.M B) Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} x^4 + y^4 = 4721 \\ xy = 40 \end{cases}$ (1pt) $\rightarrow V(\dots)$

C) Soit l'application f définie par $f: P \rightarrow P$

$$M(x;y) \mapsto M'(x';y') \text{ telle que } \begin{cases} x' = 2x + 3y \\ y' = x - 5y \end{cases}$$

Montre f est bijective puis donne son application réciproque f^{-1} . (1,5pt)

D) On considère l'équation

$$(E_m): (m^2 - 3m + 2)x^2 + 2(m - 2)(m + 1)x + m^2 - m - 2 = 0$$

Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) . (1,5pt)

E) On considère l'équation

$$(E'_m): x^4 - 2(m + 4)(m + 3)x^2 + (m + 4)^2(m - 2) = 0$$

Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E'_m) admet :

1-Quatre solutions distinctes. (0,75pt)

2-Trois solutions distinctes. (0,75pt)

3- Deux solutions distinctes. (0,75pt)

4-Une solution nulle. (0,75pt)

COMPOSITION DE LA PREMIERE PERIODE 2019-2020

LCASTORS

CLASSE/ 11^{ème} SCIENCES

DUREE : 3Heures

EXERCICE 1 (4pts) *R: 14*

1- On considère l'application f définie de : $\mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-5\}$

$$x \mapsto \frac{5x+9}{-x+4}$$

a) Montre que f est bijective.

b) Trouve l'expression explicite de l'application réciproque f^{-1} .

2- On donne l'application g définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{x^2 - 6x + 17}{x^2 - 6x + 9}$

a) Trouve l'ensemble de définition D_g de g . (1pt)

b) Détermine a et b tels que $\forall x \in D_g, g(x) = a + \frac{b}{(x-3)^2}$

c) Détermine l'image directe de $A = [-4; 5]$ par g (∞)

EXERCICE 2 (6pts) *V M*

1) Détermine la mesure principale de chaque angle :

a) $X = 356\pi$ rd (0,5pt) b) $Y = 955\pi$ rd (0,5pt)

c) $Z = \frac{15\pi}{2}$ rd (0,5pt) d) $T = 925^\circ$ (0,5pt)

2) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sin(2x - \pi) = -\frac{14}{7}$ b) $\cos^2 x - \frac{1}{2} = 0$

c) $\cos(2x - \frac{\pi}{3}) = -\sin(-4x - \frac{\pi}{4})$ d) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

3) Exprime en fonction de $\cos \frac{\alpha}{2}$ et $\sin \frac{\alpha}{2}$ les expressions $A = \cos \alpha$ et $B = \sin \alpha$

4) Ecris sous forme de produit l'expression :

$$E = \cos(24x - \frac{7\pi}{3}) + \cos(6x + \frac{\pi}{4})$$

5) Ecris sous forme de somme l'expression :

$$F = \sin(3x + \frac{\pi}{5}) \sin(-7x + \frac{3\pi}{12})$$

PROBLEME : (10pts) Les parties A ; B et C sont indépendantes

A) On considère la fonction f_m définie par :

$$f_m(x) = (m^2 - 5m + 10)x^2 + (m^2 - 12m + 36)x + 2m^2 - 24m + 72 \text{ avec } m \text{ un paramètre réel.}$$

1) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $f_m(x) = 0$

2) Trouve l'ensemble de définition de f_m

3) On pose $m = 3$

a) Trouve l'expression de $f_3(x)$ -----

b) Trouve trois nombres réels α , β et γ tels que $f_3(x) = \alpha(x + \beta)^2 + \gamma$

c) f_3 est-elle injective ?, surjective ?, bijective ?. Justifiez vos résultats.

d) Détermine les images par f_3 $I = [0; 3]$

B) Soit le polynôme P définie par $P(x) = x^3 - x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$.

On admet que P admet trois racines distinctes : α ; β et δ .

1) Calcule $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\delta}$ puis $\alpha^2 + \beta^2 + \delta^2$ sans calculer les racines α ; β ; δ .

2) Vérifie que $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ est une racine du polynôme P .

3) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - (2 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$

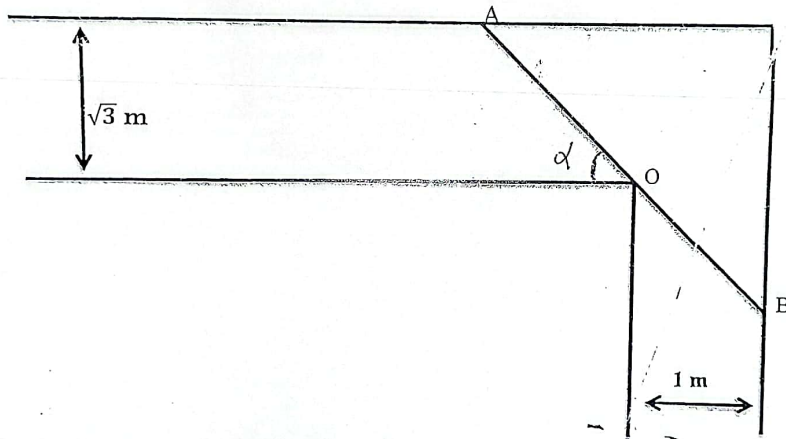
4) En déduis la résolution de : - l'équation $P(x) = 0$.

- l'inéquation $P(x) \geq 0$.

5) Résous dans $]-\pi; \pi]$ les équations : * $\sin^3 x - \sin^2 x - \frac{3}{4}\sin x + \frac{3}{4} = 0$

$$* \cos^3 x - \cos^2 x - \frac{3}{4}\cos x + \frac{3}{4} = 0$$

C) Un couloir, de largeur $\sqrt{3}$ mètres, tourne à un angle droit et sa largeur n'est plus alors que de 1 mètre.



Sur la figure, une droite passe par O, fait avec l'un des murs un angle α et coupe deux autres murs en A et B.

1) Exprime, en fonction de α , les longueurs OA et OB.

2) On pose $AB = f(\alpha)$.

Démontre que $f(\alpha) = \frac{4\cos(\alpha - \frac{\pi}{6})}{\sin 2\alpha}$.

DEVOIR SURVEILLE 2021-2022LCASTOARS
DUREE/3h**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**CLASSE/11^{ème} Sc

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de page 1 à page 2 (Vérifiez que les pages sont au complet). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

EXERCICE 1**5points**

On considère le polynôme $P(x) = 27x^3 + 45x^2 + 6x - 8$

1. Déterminez les réelles a , b et c tels que pour tout réel x

$$P(x) = a(3x + 2)^3 + b(3x + 2)^2 + c(3x + 2) \quad 2\text{pts}$$

2. En déduisez une factorisation de $P(x)$ sous la forme d'un produit de binôme du premier degré. 1pt

3. En déduisez la résolution de l'équation $P(x) = 0$ puis de l'inéquation $P(x) \leq 0$ 1pt

4. Résolvez dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = -8$ puis l'inéquation $P(x) \leq -8$ 1pt

EXERCICE 2**7points**

I/ Résolvez les systèmes suivants :

$$1. (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{2}{y} = \frac{3}{z} \\ x + 2y + 3z = 56 \end{cases} \quad 1\text{pt} \quad 2. (x, y) \in \mathbb{R}^2 \begin{cases} x^4 + y^4 = 706 \\ 45 = 3xy \end{cases} \quad 1\text{pt}$$

II/ Résolvez les équations et inéquations suivantes

$$1. x \in \mathbb{R}, \sqrt{\sqrt{x+16}} - \sqrt{x} = 2 \quad 1\text{pt}$$

$$2. x \in \mathbb{R}, |x^2 - 3x| = x + 1 \quad 1\text{pt}$$

$$3. x \in \mathbb{R}, \sqrt{3(x^2 - 1)} > 2x - 1 \quad 1\text{pt}$$

$$4. \sqrt{x^2 + 11} < 2x - 4 \quad 1\text{pt}$$

III/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Déterminez une équation de la parabole (P) dont la courbe représentative passe par les

points : $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $C \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1pt

PROBLEME**8points**

Les parties A, B, C et D sont indépendantes.

A/ Un bateau descend une rivière sur un parcours de 30km, puis la remonte sur 12km. Le voyage dure 4 heures. La vitesse du courant est 2,5km/h.

Quelle est la vitesse propre de ce bateau ? (0,5pt)

B/Trouve un entier naturel N de deux chiffres tel que la somme des chiffres soit égale à 13 et le produit de N par l'entier N' obtenu en inversant l'ordre des chiffres soit égal à 5092 (0,5pt)

C/On considère l'équation $(E_m): x^4 + 2(m-3)(m+5)x^2 + (m-3)^2(m+4) = 0$.
Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) admet :

1. Quatre solutions distinctes, 1pt
2. Trois solutions distinctes, 0,5pt
3. Deux solutions distinctes, 0,5pt
4. Une seule solution nulle 0,25pt

D/Soit la fonction polynôme $f_m(x) = (m-2)x^2 - 2(m-1)x + m-3$ où m est un paramètre réel.

1. Détermine m pour que 2 soit une racine de $f_m(x)$. 0,5pt
2. Détermine les valeurs de m si possible pour lesquelles $f_m(x)$ admet :
 - a. Deux racines distinctes ; 1pt
 - b. Deux racines de signes contraires ; 0,5pt
 - c. Une racine simple. 0,5pt
 - d. Deux racines positives. 0,5pt
4. En supposant que $f_m(x)$ admet deux racines distinctes x_1 et x_2 . Trouve une relation indépendante de m entre les racines x_1 et x_2 . 1pt
5. Résous dans l'équation $f_m(x) = 0$. 0,75pt

Epreuve de Mathématiques :

Série : 11 è S

Durée : 3 heures

Exercice :1 (6pts)1-Résous dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x^2 - y^2 = -2520 \\ xy = 8051 \end{cases}$ (1 pt)

b) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 112082 \\ xy = 221 \end{cases}$ (1 pt)

2-Le produit de l'âge de Moussa et de celui de son père est 705. Il y a trois ans ce produit était 528. Détermine l'âge de Moussa et celui de son père (1 pt)

3-Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $\sqrt{2x^2 - 10x + 8} = x + 3$ (0,75 pt)

b) $\sqrt{2x^2 - 10x + 8} \leq x + 3$ (0,75 pt)

c) $\sqrt{2x^2 - 10x + 8} \geq x + 3$ (0,75 pt)

d) $|-7x^2 + 21x - 14| = x - 1$ (0,75 pt)

Exercice :2 (4 pts)A) Trouver les nombres réels a et b tels que le polynôme f soit divisible par le polynôme g avec $f(x) = x^4 + 2ax^3 + 7x^2 - 2x + b$ et $g(x) = x^2 - 9x + 14$, $\forall x \in \mathbb{R}$ (1 pts)B) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_m) : (m+1)x^2 + 2(m-4)x + m+3 = 0$ (3 pts)Problème : (10 pts)

A) La somme du prix d'un livre et de celui de son carré diminué de 1000000 est 41256500. Détermine le prix de ce livre. (1,5 pts)

B) Détermine les dimensions d'un terrain rectangulaire sachant que sa longueur est 39 m augmenté du double de sa largeur et que sa surface est 14175 m². (1,5 pts)C) On considère l'équation paramétrique (E_m) :

$$(m^2 - 5m + 2)x^2 + 2(m-2)(m+1)x + m^2 - 7m - 8 = 0$$
 avec m un paramètre réel.

1-Détermine suivant les valeurs de m le nombre et le signe des solutions de (E_m) . (2pts)2-Résoudre de $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) . (2 pts)D) On considère l'équation $(E'_m) : x^4 + 2(m-1)(m+3)x^2 + (m-1)^2(m^2+5) = 0$ Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E'_m) admet :

1-Quatre solutions distinctes. (0,75 pt)

2-Trois solutions distinctes. (0,75 pt)

3-Deux solutions distinctes. (0,75 pt)

4-Une seule solution nulle. (0,75 pt)

Epreuve de Mathématiques :
Exercice : 1 (5pts)

Série : 11 è S

Durée : 3 heures

On donne le polynôme P défini par $P(x) = 189x^3 - 711x^2 + 882x - 360$

1-Trouver les réelles a ; b et c tels que pour tout réel x

$$P(x) = a(-3x+4)^3 + b(-3x+4)^2 + c(-3x+4) \quad (2 \text{ pts})$$

2-Déduis-en la factorisation de $P(x)$ sous forme de produits de binômes du premier degré. (1 pt)

3-Déduis une résolution de l'équation $P(x) = 0$ puis celle de l'inéquation $P(x) \leq 0$ (1 pt)

4- Résous dans l'équation $P(x) = -360$ puis l'inéquation $P(x) \leq -360$ (1 pt)

Exercice : 2 (5pts) **les parties A) ; B) et C) sont indépendantes**

A) Trouve les nombres réels a et b tels que le polynôme f soit divisible par le polynôme g avec $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 - 3x + b$ et $g(x) = x^2 - 7x + 12$, $\forall x \in \mathbb{R}$ (1,5 pts)

B) Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne du polynôme f par le polynôme g

$$f(x) = 13x^6 + x^5 - 7x^3 + 8x^2 - x + 17 \quad \text{et} \quad g(x) = 5x^3 - 7x^2 + 5x + 3 \quad (1,5 \text{ pts})$$

C) Soit la fonction k définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $k(x) = \frac{5x^2 + 2x + 4}{x^2 - 1}$

1-Trouve D_k (0,5 pt)

2-Trouve trois nombres réels a ; b et c tels que ; $k(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2-1}$ (1,5 pts)

Problème : (10 pts) **les parties A) et B) sont indépendantes**

A) On considère la fonction paramétrique g_m définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $g_m(x) = (-m+7)x^2 + (2m+1)x + m-3$ avec m un paramètre réel.

1-Détermine si possible les valeurs de m pour que g_m admet :

- a) Une racine double (0, 75 pt)
- b) Deux racines distinctes de signes contraires (0, 75 pt)
- c) Deux racines distinctes positives (0, 75 pt)

2-Détermine m pour que :

- a) g_m soit un trinôme du second degré (0, 75 pt)
- b) g_m soit un trinôme du second degré toujours négative (0, 75 pt)

c) g_m soit une fonction affine (0, 75 pt)

3-Détermine m pour que g_m admet deux racines distinctes. Trouve une relation indépendante de m entre les deux racines x_1 et x_2 (1,5 pts)

B) On considère la fonction paramétrique f_m :

$$f_m(x) = (m^2 - 7m + 12)x^2 + 2(m - 3)(m + 2)x + m^2 - m - 6 \text{ avec } m \text{ un paramètre réel.}$$

1-Détermine suivant les valeurs de m le nombre et le signe des racines de f_m . (2pts)

2-Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) . (2 pts)