

COMPOSITION 3^{ème} PERIODE DUREE: 03H
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES.

Exercice 1:

1) (U_n) est la suite définie par $U_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$,

$$U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n}$$

a. Calcule U_1 et U_2 .

b. Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = \frac{1}{U_n}$.
Calcule V_0 , V_1 et V_2 .

c. Montre que la suite (V_n) est arithmétique.

d. Exprime V_n et U_n en fonction de n .

e. On donne les points $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ et $C(-2, 5)$.

a. Place les points A , B et C .

b. Détermine les coordonnées du barycentre $G = \text{Bar} \langle (A, 3), (B, 2), (C, -4) \rangle$.

c. Montre que les points O , B et G ne sont pas alignés.

Exercice 2:

Construis un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 5 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$. Puis place le point G barycentre de $(A, 1)$, $(B, 2)$ et $(C, 3)$.

1. Détermine et représente l'ensemble des points M du plan tels que: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = AC$.

2. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{CA} + \vec{BC}\|$.

a. Montre que $B \in (E)$.

b. Détermine et représente l'ensemble (E) .

3. Construis le point H barycentre de $(A, 3)$ et $(C, 1)$.
Construis l'ensemble des points M du plan tels que: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{3MA} + \vec{MC}\|$.

Problème:

partie A:

Au 1^{er} janvier 2018, une entreprise compte 4000 employés. Une étude montre que d'une année sur l'autre, 10% de l'effectif part à la retraite. Pour tenter de compenser la perte, l'entreprise embauche 200 jeunes chaque année. Pour tout entier n , on appelle U_n le nombre d'employés de l'année $(2018 + n)$. On a donc $U_0 = 4000$.

1. Calcule U_1 et U_2 .

2-a) Montre que pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = 0,9U_n + 200.$$

b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

3-a) On pose $V_n = U_n - 2000$. Calcule V_0 , V_1 et V_2 .

b) Montre que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0,9$.

c) En déduis V_n puis U_n en fonction de n .

d) En déduis quel sera l'effectif de l'entreprise au 1^{er} janvier de l'année 2025 ?

4) Détermine la limite de la suite (U_n) . Interprète le résultat trouvé.

partie B:

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x - 2}$.

1. Détermine le domaine de définition de f .

2. Détermine le domaine de dérivabilité de f puis

Calcule $f'(x)$.

3. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4. Montre que la courbe (C_f) de la fonction f admet une asymptote oblique en $-\infty$ que l'on déterminera