

COMPOSITION 3^o PERIODE DUREE: 03H
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES.

Exercice 1^o

1) (U_m) est la suite définie par $U_0 = 1$ et $\forall m \in \mathbb{N}$,

$$U_{m+1} = \frac{U_m}{1 + U_m}$$

a. Calcule U_1 et U_2 .

b. Pour tout entier naturel m , on pose $V_m = \frac{1}{U_m}$.
Calcule V_0 , V_1 et V_2 .

c. Montre que la suite (V_m) est arithmétique.

d. Exprime V_m et U_m en fonction de m .

e. On donne les points $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ et $C(-2, 5)$.

a. Place les points A , B et C .

b. Détermine les coordonnées du barycentre $G = \text{Bar} \langle (A; 3), (B; 2), (C; -4) \rangle$.

c. Montre que les points O , B et G ne pas alignés.

Exercice 2.

Construis un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 5 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$. Puis place le point G barycentre de $(A; 1)$, $(B; 2)$ et $(C; 1)$.

1. Détermine et représente l'ensemble des points M du plan tels que: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = AC$.

2. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{CA} + \vec{BC}\|$.

a. Montre que $B \in (E)$.

b. Détermine et représente l'ensemble (E) .

3. Construis le point H barycentre de $(A; 3)$ et $(C; 1)$.

Construis l'ensemble des points M du plan tels que:

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|3\vec{MA} + \vec{MC}\|$$

Problème:

partie A:

Au 1^{er} janvier 2018, une entreprise compte 4000 employés. Une étude montre que d'une année sur l'autre, 10% de l'effectif part à la retraite. Pour tenter de compenser la perte, l'entreprise embauche 200 jeunes chaque année. Pour tout entier n , on appelle U_n le nombre d'employés de l'année $(2018 + n)$. On a donc $U_0 = 4000$.

1. Calcule U_1 et U_2 .

2-a) Montre que pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = 0,9U_n + 200.$$

b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?

3-a) On pose $V_n = U_n - 200$. Calcule V_0 , V_1 et V_2 .

b) Montre que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0,9$.

c) En déduis V_n puis U_n en fonction de n .

d) En déduis quel sera l'effectif de l'entreprise au 1^{er} janvier de l'année 2025 ?

4) Détermine la limite de la suite (U_n) . Interprète le résultat trouvé.

partie B:

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x - 2}$.

1. Détermine le domaine de définition de f .

2. Détermine le domaine de dérivabilité de f puis

Calcule $f'(x)$.

3. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

4. Montre que la courbe (C_f) de la fonction f admet une asymptote oblique en $-\infty$ que l'on déterminera.

DEVOIR SUR VEILLE

Exercice 1°

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 4 \end{cases}$$

- 1°) Calculer U_1, U_2, U_3 2°) Soit la suite définie par: $V_n = U_n - 8$
 - a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique
 - b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n
 - c) En déduire la limite de la suite (V_n) puis de la suite (U_n) .
- d) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

Exercice 2°

Soit $f(x) = -x + 1 + \frac{2}{-x+1}$

- 1°) Etudier les variations de f . 2°) Montrer que la droite (D): $y = -x + 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$. 3°) Démontrer que le point $A(\frac{1}{2}, 0)$ est un centre de symétrie à $(\mathcal{C}_f)$.
- 4°) Construire $(\mathcal{C}_f)$, (D) dans le repère $(O; i, j)$.

Exercice 3

1°) Soit $G = \text{car} \begin{bmatrix} A & B & C \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ construire G .

2°) 
Compléter: a) $\overrightarrow{AD} = \dots \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{DC} = \dots \overrightarrow{BC}$

3°) Calculer A_8^3 ; C_8^3 ; $8!$

b) Résoudre dans $\mathbb{N}$: a) $A_n^2 = 30$ et $C_n^2 = 28$

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES

2023/ 2024

ESK

Classe : 11^èSC

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (6 points)

1. Une entreprise a 200 salariés en 2020. Chaque année, 10% des salariés quittent l'entreprise et elle embauche 30 salariés.

On note (U_n) , la suite correspondante au nombre de salariés dans l'entreprise en $(2020 + n)$.

- a. Détermine le nombre de salariés de l'entreprise en 2021 ? en 2022 ?
- b. Pour tout entier naturel n , exprime U_{n+1} en fonction de U_n .

$$2. \text{ Soit la suite } (U_n) \text{ définie par : } \begin{cases} U_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} = \frac{7U_n}{2U_n + 1} \end{cases}$$

Montre que (U_n) est minorée par 1 et majorée par 3. (Par récurrence)

Exercice 2 : (6 points)

1. Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points $A(0; 5)$ et $B(3; 2)$.

- a. Détermine les coordonnées du point $G = \text{Bar} \langle (A; 1), (B; 2) \rangle$.

- b. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tel que

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = 6.$$

2. ABC est un triangle. On donne $G = \text{Bar} \langle (A; 2), (B; 1), (C; 1) \rangle$.

- a. Soit I le milieu de $[BC]$. Montre que $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$.

- b. En déduis que G est le barycentre de A et I munis des coefficients que l'on précisera.

- c. Construis alors les points G et I .

Exercice 3 : (8 points)

$$\text{On considère la suite } (U_n) \text{ définie par : } \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 \end{cases}$$

1. Calcule U_1 et U_2 .

2. On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = U_n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- a. Calcule V_0 ; V_1 et V_2 .

- b. Montre que la suite (V_n) est une suite géométrique et précise le premier terme et la raison.

- c. Exprime V_n puis U_n en fonction de n .

- d. Calcule les sommes $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ puis $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

3. Calcule la limite de la suite (U_n) .

⊗ Exercice 1 : (5 points)

1. Détermine l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{-2x^2+x+3}} ; b) f(x) = \frac{2 \sin x}{2 \cos x - 1} ; c) f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x+4}}.$$

2. Calcule les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) ; b) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+7}-1}{x+2} ; c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}.$$

3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2-x-6}{|x+2|}$; si $x \neq -2$ et $f(-2) = -5$.

a. Détermine l'ensemble de définition de f .

b. Etudie la continuité de f en $x_0 = -2$.

Exercice 2 : (4 points)

1. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+x-12}{x-3} ; \text{ si } x \neq 3 \text{ et } f(3) = m.$$

Détermine le réel m pour que f soit continue en $x_0 = 3$.

2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$.

a. Détermine l'ensemble de définition de f .

b. Montre que la fonction f est dérivable en $x_0 = -2$.

Problème : (11 points)

Partie A :

1. Vérifie que $\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$.

2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0$.

4. a. Dédus de la question 1.) la résolution dans $[0; 2\pi]$ de l'équation :

$$2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

b. Représente sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'équation précédente.

5. a. Dédus de la question 3.) les solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'inéquation : $2\cos^2 x +$

$$(1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0.$$

b. Représente sur le cercle trigonométrique les images solutions de l'inéquation précédente.

Partie B :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+3x+2}$.

1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .

2. Calcule $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, f est-elle continue en x_0 ?

3. Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = f(x) ; & \text{si } x \neq -1. \\ f(-1) = 3 \end{cases}$

a. Détermine D_f .

b. Etudie la continuité de la fonction f en $x_0 = -1$. La fonction f s'appelle un prolongement par continuité de la fonction f en -1 .

4. Peut-on prolonger f par continuité en -2 ?



1^{er} Tri-DEVOIR SURVEILLE - MATHEMATIQUES : 11^{ème} S - DUREE : 03HEURES-04/12/2024

Exercice 1 :

1. Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -3 + 5x$

b) $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}$

c) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{5x}{x^2 - 7x + 6}$

c) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{5x}{x^2 - 7x + 6}$

d) $f(x) = \sqrt{(x-2)(-2x+5)}$

e) $f(x) = \sqrt{|x-3|-2}$

;

f) $f(x) = \frac{5x-2}{|3x+4|-3|2x+2|}$

2.

a. Trouver l'ensemble A pour que la fonction f soit une application : $f: A \rightarrow \mathbb{R}$

$$X \rightarrow \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 6}}{x - 4}$$

3. Déterminer l'ensemble B pour que l'application f soit une bijection : $f: [-2; +\infty[\rightarrow B$

$$x \rightarrow \sqrt{x+2}$$

Exercice 2 :

1. Les applications suivantes sont-elles injectives ? Surjectives ? Bijectives ?

$f:]1; +\infty[\rightarrow]0; +\infty[$;

$$x \rightarrow \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

$g: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$x \rightarrow \frac{x}{x-1}$$

$h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\}$;

$$x \rightarrow \frac{3x-1}{x}$$

2. L'application f définie par : $f: \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ est-elle bijective ?

$$x \rightarrow \frac{3-x}{2x-1}$$

Si oui, déterminer f^{-1} ; calcule $f \circ f^{-1}(x)$ et $f^{-1} \circ f(x)$.

Exercice 3 :

1. Soit $f: [0; 2] \rightarrow [1; 5]$. Montrer que f est bijective ; déterminer $x \rightarrow x^2 + 1$ f^{-1}

2. Construire f et f^{-1} dans le repère orthonormé $[0,1,1]$

3.

a. Déterminer l'image par f des ensembles : $A: \left\{0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right\}$; $B: \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$

b. Déterminer l'image réciproque par f des ensembles $C = \{1; 2; 4\}$; $D = [2; 5]$

1^{ère} PERIODE - DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES : 11S - DUREE : 03HEURES- 29/11/2023Exercice 1 :(6 points)

1) Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 3$ admettant trois racines $a ; b$ et c non nuls .

• Détermine sans calculer ses racines les valeurs de : $a + b + c ; ab + ac + bc ; abc ; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} ; a^2 + b^2 + c^2 ; a^3 + b^3 + c^3$ et $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

2) Soit la fonction rationnelle f définie par : $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x - 5}{x^2 - x - 2}$.

a. Détermine l'ensemble de définition de f .

b. Détermine les réels $a ; b$ et c tels que :

$$x^3 + 4x^2 + x - 5 = (x + 3)(ax^2 + bx + c) + 1 .$$

c. Détermine les réels $a ; b ; c$ et d tels que : $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 - x - 2}$.

• d. Détermine les réels $\alpha ; \beta ; \gamma$ et δ tels que : $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x - 2} + \frac{\delta}{x + 1}$.

Exercice 2 :(6 points)

Soit P le polynôme défini par $P(x) = 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2$.

1. Vérifie que 0 n'est pas une racine du polynôme $P(x)$.

2. Montre que si α est racine du polynôme $P(x)$ alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi racine du polynôme $P(x)$.

3. Vérifie que 2 est racine du polynôme $P(x)$.

4. En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x - 2$. Trouve un polynôme $q(x)$ tel que : $P(x) = (x - 2) \times q(x)$.

• 5. Calcule $q\left(\frac{1}{2}\right)$. Trouve les réels $a ; b$ et c tels que :

$$q(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right) (ax^2 + bx + c) .$$

• 6. En déduis une factorisation du polynôme $P(x)$ en polynômes de premier degré.

T.S.V.P

Problème : (8 points)

On considère l'équation paramétrique $(E_m) : (m + 1) x^2 - (2m - 1) x + m = 0$.

1. Donne les conditions de m pour que l'équation (E_m) soit du second degré.
2. On suppose que $m \neq -1$. Montre que le discriminant de l'équation (E_m) est $\Delta_m = -8m + 1$.
3. Dresse le tableau de signe de Δ_m suivant les valeurs de m .
4. Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) admet :
 - a. Deux solutions réelles distinctes.
 - b. Une solution double
 - c. Aucune solution.
5. On suppose que l'équation (E_m) admet deux solutions réelles distinctes.
 - a. Détermine en fonction de m l'expression du produit P et de la somme S des solutions l'équation (E_m) .
 - b. En déduis les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) admet :
 - Deux solutions de signe contraire.
 - Deux solutions distinctes de même signe et précise ce signe.
6. Trouve une relation indépendante du paramètre m entre les solutions de l'équation (E_m) .

a) $f(x) = x + 5 + \frac{8x + 5}{x^2 - x - 2}$

BONNE CHANCE

b) $x^3 + 6x^2 + x - 5 = (x+3)(x^2 + x - 2) + 4$

Classe : 11 SCIENCES

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (7 points)

1. Détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{2x-5}{\sqrt{x^2-1}} ; b) f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{|x-4|-2} ; c) f(x) = \frac{x^2+x}{E(x)+1} ; d) f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} .$$

2. On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ et $g(x) = \sqrt{x+3}$.a. Détermine le domaine de définition des fonctions $f ; g ; g \circ f$ et $f \circ g$.b. Calcule $g \circ f(3) ; f \circ g(-2) ; g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$.3. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{|x^2-5x-6|}{x-3}$.Trouve la restriction de f à chacun des intervalles : $] -\infty ; -1] ; [-1 ; 3 [$ et $[6 ; +\infty [$.**Exercice 2 : (8 points)**1. Soit f l'application définie par : $f : [2 ; +\infty[\rightarrow [-1 ; +\infty[$

$$x \mapsto x^2 - 4x + 3 .$$

a. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[, f(x) = (x-2)^2 - 1$.b. Démontre que l'application f est injective.c. L'application f est-elle surjective ? bijective ? Justifie.d. Calcule $f([2 ; 5])$ et $f^{-1}([-1 ; 0])$.e. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[; f(x) \leq -1$.2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.a. f est-elle injective ? surjective ?b. Montre que $f(\mathbb{R}) = [-1 ; 1]$.c. Montre que la restriction $g : [-1 ; 1] \rightarrow [-1 ; 1] , g(x) = f(x)$ est une bijection.**Exercice 3 : (5 points)**1. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 6x^3 - 13x^2 + x + 2$.a. Vérifie que 2 est une racine de P .b. Détermine les réels $a ; b$ et c tels que :

$$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) .$$

c. Détermine toutes les racines de P dans $\mathbb{R}$.

2. Factorise les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x-3)^2 - (x+4)^2 ; B(x) = x^2 + x + \frac{1}{4} - 3x(2x+1) ; C(x) = x^2 - 2x - (x+3)(x^2-4)$$

$$a \left(x + \frac{b}{a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}$$

**DEVOIR SURVEILLE : MATHÉMATIQUES – 11^{ème} Sciences -DUREE : 3HEURES/25/02/2015****Présentation : 2 points****EXERCICE I : (6 points)**

1.

- Ecrire $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$.
- En déduire $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$.
- En déduire que $\tan 3x = \tan x \frac{3 - \tan^2 x}{1 - 3\tan^2 x}$.

2.

a. Calculer $A = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$; $B = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$.

b. En déduire que $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$

3. Démontrer que $\sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24} = 1$

EXERCICE II : (6 points)

- Soit x, y deux nombres réels de l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ tels que : $\cos x = \frac{3}{5}$ et $\cos y = \frac{1}{3}$
calculer $\sin(2x-y)$.
- Soit x un nombre réel non multiple de $\frac{\pi}{2}$, démontrez que $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.
- Démontrez que pour tout x l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ on a : $\sqrt{1 + \sin 4x} = \sin 2x + \cos 2x$.
- Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ l'équation : $\sin 3x = \cos x$ puis représenter les points images des solutions sur le cercle géométrique.

EXERCICE III : (6 points)

1.

- Vérifier que : $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.
- En déduire l'ensemble solution de l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

2.

Déduire de la question 1. b., la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation

$$2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

3.

- Déduire de la question 1.c, les solutions dans $[0 ; 2\pi]$ de l'inéquation $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.
- Représenter sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'inéquation précédente.



COMPOSITION DU 2^{ème} TRIMESTRE- EPREUVE- MATHS : 11^{ème} S-DUREE : 3H-16/03/2015

Exercice 1 : 6 points

1.
 - a. Trouver quatre autres mesures de l'angle orienté dont la mesure principale est $\frac{\pi}{3}$.
 - b. Trouver quatre autres mesures de l'angle orienté dont la mesure principale est $-\frac{\pi}{6}$.
2. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté ($\hat{\alpha}$) dont on donne une mesure en radians : $\frac{43\pi}{7}$; $\frac{68\pi}{7}$; $-\frac{83\pi}{11}$; 35π
3. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté ($\hat{\beta}$) dont on donne une mesure en degrés : -31515° ; 1515° ; 785° ; -3635° .

Exercice 2 : 4 points

1. Calculer les valeurs exactes des cosinus, sinus et tangente des nombres réels suivants : $\frac{25\pi}{3}$; -5820° ; 1467gr .
2. Démontrer que pour tout réel x on a :
 - a. $\cos x + \cos(x + \frac{2\pi}{3}) + \cos(x + \frac{4\pi}{3}) = 0$
 - b. $\sin x + \sin(x + \frac{2\pi}{3}) + \sin(x + \frac{4\pi}{3}) = 0$
3. Ecrire plus simplement les expressions suivantes :
 - a. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$
 - b. $\cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x - \cos^2 x$

Exercice 3 : 5 points

1. Trouver une autre écriture de $\sin(x + 4x)$. En déduire que : $\sin 5x = 16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x$.
2. Démontrer que $\frac{\pi}{5}$ est une solution de l'équation : $16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x = 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x = 0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $16x^5 - 20x^3 + 5x = 0$
5. Sachant que $0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4}$, en déduire la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{5}$.

Exercice 4 : 5 points

1. Calculer les trois premiers termes de chacune des suites : $U_n = n^2 + 2n$; $U_n = \cos \frac{\pi n}{2}$;
 $U_n = \cos \frac{5n^2 - n + 2}{n(n-1)}$; $U_n = n^2 + 2\sqrt{n-36}$.
2. Soit la suite définie par $U_n = \frac{2n^2 + n + 2}{n^2 + 1}$ pour $n \geq 1$
 - a. Calculer U_1, U_2, U_3 .
 - b. Justifier que pour tout $n \geq 1, U_n > 0$.
 - c. La suite (U_n) est-elle minorée par 2 ? Justifier votre réponse.
 - d. La suite (U_n) est-elle décroissante ? Justifier votre réponse.
 - e. En déduire que (U_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$



COMPOSITION DU 3^{ème} TRIMESTRE- EPREUVE DE MATHÉMATIQUES: 11^{ème}S-DUREE : 3H-26/05/2015

Exercice I : 6 points

1. Énoncer la propriété qui permet d'affirmer que chacune des fonctions f , g et h est continue en a .

$$f: x \rightarrow x^2 + x, a = -2; \quad g: x \rightarrow \frac{1}{x}, a = 1; \quad h: x \rightarrow \frac{x+1}{x-1}, a = 2$$

2. Dans chacun des cas suivants, f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par son expression explicite. À l'aide du taux de variation de f , étudier les dérivabilités de f en a .

$$f: x \rightarrow -2x + 7, a = 1; \quad f: x \rightarrow 3x^2 + 5, a = -3; \quad f: x \rightarrow \frac{x^2}{x+1}, a = -2$$

Exercice II : 7 points

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \mapsto 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 2}; \quad \lim_{x \mapsto \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x}; \quad \lim_{x \mapsto 0} \frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\sin x}$$

2. On donne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$\begin{cases} \text{pour } x < 0, f(x) = \frac{2x-3}{x^2+2} \\ \text{pour } x > 0, f(x) = \frac{x^2+x+3}{x^2+5x-2} \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Calculer la limite à gauche et la limite à droite en 0 de f . La fonction f admet-elle une limite en 0 ?

3. Dans chacun des cas suivants f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Calculer la fonction dérivée f' de f .

$$f: x \mapsto \frac{x^2-3}{5x^2-x-1}; \quad f: x \mapsto \frac{3x(x^2+4)}{(x-5)^4}; \quad f: x \mapsto x^4(x^3+4x-3)^3$$

Problème : 7 points

- Déterminer les nombres réels a , b , c pour que la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$:
 - passe par $A\left(-\frac{1}{3}\right)$, ait un sommet d'abscisse -1 ;
 - admette au point d'abscisse 1, une tangente de coefficient directeur 4.
- On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 2x - 3$ et $g(x) = 1 - x^2$.
- Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							
g(x)							

- Construire dans un même repère orthonormé les courbes (C_f) et (C_g) .
- Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (C_f) et (C_g) . Donner une équation de la droite (BD).
- Étudier graphiquement le signe du polynôme $p(x) = x^2 + 2x - 3 - (1 - x^2)$

**COMPOSITION DE LA 2^{ème} PERIODE- EPREUVE : MATHEMATIQUES ; 11^{ème}S-DUREE : 03HEURES-23/05/2022****Exercice 1 : 5 points**

1. Déterminer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2}}{x(x+1)}$; c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 3} - x)$;

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+1}{2-x}$

2. Soit la fonction numérique f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{3 - \sqrt{2x+5}}{x-2}, & \text{si } x \neq 2 \\ f(2) = m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il donner à m pour que f soit continue au point 2 ?

3. Soit les deux fonctions numériques $f : x \rightarrow \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}$

$$\begin{cases} x \rightarrow g(x) = \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+13}-4}, & x \neq 3 \\ g(3) = m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il attribuer à m pour que g soit un prolongement de f par continuité au point 3 ?**Exercice 2 : 5 points**

Un proviseur de lycée constate que chaque année un tiers de l'effectif total devient bachelier et quitte l'établissement et que 310 nouveaux élèves intègrent les classes de second (10^{ème}). L'effectif à la rentrée 2020 est de 1200 élèves.

On note l'effectif à la rentrée (2020 + n). On a donc $U_0 = 1200$.

- Calcule les effectifs des rentrées 2021 et 2022.
- Démontre que pour tout entier n , $U_{n+1} = \frac{2}{3} U_n + 310$.
- On pose $v_n = U_n - 1990$ **930**
 - Calcule v_0, v_1, v_2 .
 - Démontre que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$.
 - Exprime (v_n) en fonction de n puis (U_n) en fonction de n .
 - Etudier la limite de la suite (U_n) . Que peut-on déduire quant à l'effectif du lycée ?

Problème : 10 points

- Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \sin(4x)$
 - Etudie la parité de h puis montre que h est périodique de période $\frac{\pi}{2}$.
 - Etudie les variations de h sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ puis dresse son tableau de variation.
- Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2		2	$+\infty$	

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

1.
 - a. Calcule la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.
 - b. Trouve les réels a , b et c en utilisant les données du tableau.
2.
 - a. Montre que la courbe (C_f) admet une droite d'équation (D) asymptote oblique.
 - b. Etudie la position de (C_f) par rapport à (D) .
3. Donne le signe de $f(x)$ pour tout x élément du domaine de définition de f .
4. Trace la courbe (C_f) de f et la droite (D) dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$.