

Fiche de séquence N°3

Classe : 11 Sciences

Durée : 18h

1. **Domaine** : Sciences Mathématiques et Technologies (SMT)**Discipline** : Mathématiques2. **Compétences** :

Résoudre une situation-problème

Composantes**Diagnostiquer la situation – problème****Manifestations**

- Sélectionner les données mathématiques, scientifiques et technologiques qui sont en rapport avec la situation.
- Etablir des relations entre les données retenues.
- Comparer cette situation – problème avec des situations semblables déjà résolues
- Formuler le problème

3. **Contenu** : Equations, Inéquations, système linéaire4. **Ressources éducatives**

- **Ressources humaines** : Néant
- **Ressources matérielles** : craie, tableau, la règle
- **Ressources financières** : Néant

5. **Stratégies d'animation** :

- Travail individuel
- Travail en petit groupe
- Brainstorming

6. **Déroulement des activités (situation d'apprentissage)****Pré-évaluation :**Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquation suivantes :

a) $2x - 3 = 4 - 7x$; b) $|3x - 1| = 7$; c) $|1 - 4x| = -2$; d) $|2x - 3| = |5x + 1|$

e) $\frac{x}{2} - 2 = \frac{x-1}{4}$; f) $-x^2 + 4 = 0$; g) $(x - 3)^2 = 4$; h) $x^2 - 3x + 2 = 0$

Situation problème:

Un commerçant doit acheter un lot de téléviseur, le grossiste lui demande 5520000 F pour le lot. Après négociation, le grossiste lui fait un rabais de 40000 F par téléviseur. Il décide alors de prendre trois téléviseurs de plus et paye 6300000 F.

Déterminer le nombre de téléviseur achetés et le prix de chacun avant le rabais

Activité 1 : Problème du second degré**Activité 1-1 : Forme canonique d'une équation du second degré-résolution**

Dans chacun des cas suivants :

- Mets $P(x)$ sous la forme $a(x + \alpha)^2 + \beta$ (appelée forme canonique).
 - Factorise $P(x)$ lorsque cela est possible.
 - Détermine x pour $P(x) = 0$.
- a) $P(x) = x^2 - 2x - 3$; b) $P(x) = -2x^2 + 4x + 1$; c) $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Synthèse partielle :**1) Résolution d'une équation du second degré :**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation d'inconnue x , du type : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) revient à déterminer les racines du polynôme du second degré P défini par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Pour résoudre l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) d'inconnue x , on calcule le discriminant noté :

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

- Si $\Delta < 0$, alors l'équation n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$;
- Si $\Delta > 0$, alors l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Si $\Delta = 0$, alors l'équation admet une solution unique : $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.

Exemple : Résolution de l'équation : $x^2 + 4x + 4 = 0$

$a = 1$; $b = 4$ et $c = 4$. On calcule $b' = \frac{b}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\Delta' = b'^2 - ac = 2^2 - (1)(4) = 4 - 4 = 0$ alors $x_1 = x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{-4}{1} = -2$
 $\Rightarrow S = \{-2\}$

2) Discriminant réduit :

Si b est pair on pose $b' = \frac{b}{2} \Leftrightarrow b = 2b'$; alors on calcule le discriminant réduit $\Delta' = (b')^2 - ac$.

- Si $\Delta' < 0$, alors l'équation n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$;
- Si $\Delta' > 0$, alors l'équation admet deux solutions réelles distinctes : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{a}$.
- Si $\Delta' = 0$, alors l'équation admet une solution unique : $x_1 = x_2 = \frac{-b}{a}$.

3) Recettes :

Soit l'équation du second degré : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$).

Regle1 : Si $a + b + c = 0$, alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a}$;

Exemple : Résolution de l'équation $x^2 + 3x - 4 = 0$

$a = 1$; $b = 3$ et $c = -4$

On constate que $a + b + c = 1 + 3 - 4 = 0$ alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

On écrit : $S = \{1 ; -4\}$

Regle2 : Si $a + c = b$, alors $x_1 = -1$ et $x_2 = \frac{-c}{a}$.

Exemple : Résolution de l'équation $x^2 + 3x + 2 = 0$

$a = 1$; $b = 3$ et $c = 2$

On constate que : $b = a + c \Leftrightarrow 3 = 1 + 2 \Leftrightarrow 3 = 3$ vrai, alors $x_1 = -1$ et

$$x_2 = \frac{-c}{a} = \frac{-2}{1} = -2$$

Donc $S = \{-1 ; -2\}$

Evaluation formative :

1) Résous les équations du second degré suivantes :

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \quad ; \quad 4 + 3x - 2x^2 = 0 \quad ; \quad x^2 + 3 = 0 \quad ; \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$$7x - 10 + 2x^2 = 0 \quad ; \quad x^2 + 4x + 4 = 0 \quad ; \quad x^2 + 2x - 35 = 0 \quad ; \quad 2x^2 + 3x + 4 = 0$$

2) Résous alors dans $\mathbb{R}$ les équations :

$$a) 2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = 0 \quad ; \quad b) (\sqrt{2} - 1)x^2 + 2x + \sqrt{2} + 1 = 0 \quad ; \quad c) x^2 + (\sqrt{3} - 2)x - 2\sqrt{3} = 0$$

3) Application :

1. Résous dans $\mathbb{R}$

a) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

b) $-x^2 + 4x - 2 = 0$

c) $x^2 + 4x - 1 = 0$

d) $x^2 + x - 3 = 0$

2. Résous sans calcul

a) $x^2 + 3x - 4 = 0$

b) $x^2 + 7x + 6 = 0$

c) $x^2 + 2x - 3 = 0$

3. Résous en utilisant le discriminant réduit.

a) $x^2 + 6x + 1 = 0$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

c) $x^2 + 2x - 3 = 0$

Activité 1.2 : Somme et produit

1) soit $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ de discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$

a) Pour $\Delta > 0$ l'équation admet deux solutions distinctes x_1 et x_2 . Calcule leur somme et leur produit.

b) Pour $\Delta = 0$ l'équation admet une double solution. Calcule leur somme et leur produit.

2) Trouve deux nombres réels dont leurs somme est -9 et leurs produit est 20 (On pourra résoudre le système).

Synthèse partielle :

Soit $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$ une fonction polynôme de degré deux possédant deux zéros (racines) distinctes ou non, alors la somme et le produit de ces racines sont tels que :

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}.$$

Deux nombres réels ont pour somme S et pour produit P , si et seulement si, ils sont les solutions de l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$.

Evaluations formatives :

1) Détermine, s'il existe, deux nombres réels dont la somme est S et le produit P dans chacun des cas suivants :

a) $S = 2\sqrt{3}$ et $P = -1$

b) $S = 2 - \sqrt{2}$ et $P = \frac{1}{2}(3 - 2\sqrt{2})$

2) L'aire d'un champ rectangulaire est égale à 360 m^2 . Si on augmente sa longueur et sa largeur de 6 m , l'aire est alors égale à 630 m^2 .

3) Trouve la somme et le produit des racines si elles existent dans les cas suivants

a) $x^2 + 3x + 2 = 0$; b) $-x^2 - 3x + 2 = 0$; c) $x^2 + x + 2 = 0$; d) $x^2 - 7x + 10 = 0$

4) Trouve les nombres a et b dans les cas suivants :

a) $\begin{cases} a + b = 7 \\ a \times b = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} a + b = 5 \\ a \times b = 6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} a^2 - b^2 = -12 \\ a \times b = 8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} a^2 + b^2 = 34 \\ a \times b = 15 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{13}{36} \\ a \times b = 6 \end{cases}$

Activité 2 : Comparaison d'un nombre aux solutions d'une équation du second degré à une inconnue réelle

Soit la fonction $f(x) = ax^2 + bx + c$ et α un nombre réel.

a) Si $a \times f(\alpha) < 0$, alors f possède deux solutions distinctes x_1 et x_2 tel que $x_1 < \alpha < x_2$

b) Si $a \times f(\alpha) > 0$, et que f possède deux solutions x_1 et x_2 distinctes ou non, si :

$$\begin{cases} \alpha + \frac{b}{2a} < 0, \text{ alors } \alpha < x_1 < x_2 \\ \alpha + \frac{b}{2a} > 0, \text{ alors } x_1 < x_2 < \alpha \end{cases}$$

c) Si $a \times f(\alpha) = 0$, alors α est une solution de l'équation.

Evaluation :

En utilisant le théorème ci-dessus

1) Classer $\alpha = 2$ par rapport aux racines des équations ci-dessous :

2) Donne les signes des racines des équations ci-dessous s'elles existent.

a) $\sqrt{3}x^2 - (1 + \sqrt{3})x + 1 = 0$; b) $-x^2 + 4x + 5 = 0$; c) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

Activité 3 : Résolution d'équations bicarrées.

Soit l'équation (E) : $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

1) Poser $x^2 = t$ puis remplacer x^2 par t dans (E).

2) Que devient l'équation (E) ;

3) Résous l'équation trouvée et en déduis les solutions de l'équation (E).

Synthèse partielle :

On appelle équation bicarrée, toute écriture qui peut se ramener sous la forme $ax^4 + bx^2 + c$ avec $a \neq 0$.

Pour résoudre une équation bicarrée, on peut poser $x^2 = X \Rightarrow x^4 = X^2$

On résout le nouveau équation $aX^2 + bX + c$.

Si $X \geq 0$ alors $x = \sqrt{X}$ ou $x = -\sqrt{X}$.

Evaluation formative :

I) On considère l'équation (E): $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + 8x + 1$

1) Vérifie que 0 n'est pas une solution de (E) ;

2) Montre que (E) est équivalente à (E'): $x^2 + 8x + 17 + \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$

3) En utilisant le changement de variable k tel que $k = x + \frac{1}{x}$ montre que (E') est équivalente à une équation à déterminer et à résoudre

4) Résous en fin l'équation (E) en te basant sur tout ce qui précède

II) Soit le polynôme $P(x) = x^3 - 3x^2 - 18x + 40$

1) Calcule $P(2)$;

2) Développe et réduis $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$ suivant les puissances décroissantes de x puis en déduis les réels a ; b ; c tels que $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$.

4) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = 0$;

Activité 5 : Résolution des inéquations

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

a) $2x - 3 \geq -x + 7$; b) $-x + 2 - 3(x + 5) < 0$; c) $\frac{5-2x}{x+5} > 0$; d) $-2x^2 + 4x + 30 \leq 0$

e) $3x^2 + 5x + 4 \geq 0$; f) $9x^2 + 6x + 1 < 0$; g) $\frac{x^2+2x-3}{-x+5} \leq 0$; h) $-2x(x^2 - 5x - 4) \geq 0$

Synthèse partielle :

1) Signe du binôme $ax + b$:

Résoudre dans $\mathbb{R}$ une inéquation du premier degré ; $ax + b \leq 0$ ou $ax + b \geq 0$, c'est étudier le signe du polynôme $f(x) = ax + b$ puis en déduire la solution S .

Soit le binôme $f(x) = ax + b$

- Si $a = 0$, alors $f(x)$ est du signe de b .
- Si $a \neq 0$, alors $f(x) = 0 \Leftrightarrow ax + b = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{a}$.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
ax + b	Signe de $(-a)$	0	Signe de a

Exemple :

Etudier le signe de $f(x) = -2x + 12$

$$-2x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 6$$

Pour $x \in]-\infty ; 6]$ $f(x) \geq 0$;

Pour $x \in [6 ; +\infty[$ $f(x) \leq 0$.

2) Signe d'un trinôme du second degré :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ une inéquation du second degré $ax^2 + bx + c \geq 0$ ou $ax^2 + bx + c \leq 0$; c'est étudier le signe du polynôme $P(x) = ax^2 + bx + c$ pour ce faire, on peut calculer son discriminant Δ et utiliser l'un des trois derniers tableaux ci- dessous.

Considérons le trinôme $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ;

Δ le discriminant de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

- 1^{er} cas : Si $\Delta < 0$, alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ est de signe de a .

x	$-\infty$	$+\infty$
f(x)	Signe de a	

- 2^{ème} cas : Si $\Delta = 0$, alors le trinôme $ax^2 + bx + c$ est de signe de a pour toutes valeurs $x \neq -\frac{b}{a}$.

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
f(x)	Signe de a		Signe de a

- 3^{ème} cas : Si $\Delta > 0$ l'équation admet donc deux racines x_1 et x_2 , alors le trinôme du second degré est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $(-a)$ à l'intérieur des racines.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$Signe\ de\ f(x)$	$Signe\ de\ a$		$Signe\ de\ -a$		$Signe\ de\ a$

Remarque :

Pour résoudre une inéquation (I) : $ax^2 + bx + c \leq 0$ (resp ≥ 0 ; < 0 ; > 0) on cherche le signe de $f(x) = ax^2 + bx + c$ puis déduis les solutions de (I)

Evaluations formatives :

1) Détermine suivant les valeurs de x , le signe des polynômes suivants :

$$P(x) = 2x^2 + 9x - 5 \quad ; \quad f(x) = x^2 + 2x + 1 \quad ; \quad R(x) = 5x^2 + 13$$

2) Résous les inéquations d'inconnue réelle x suivantes :

$$a) 3x^2 + 6x - 9 > 0 \quad ; \quad c) \sqrt{3}x^2 - 6x + 3\sqrt{3} \leq 0$$

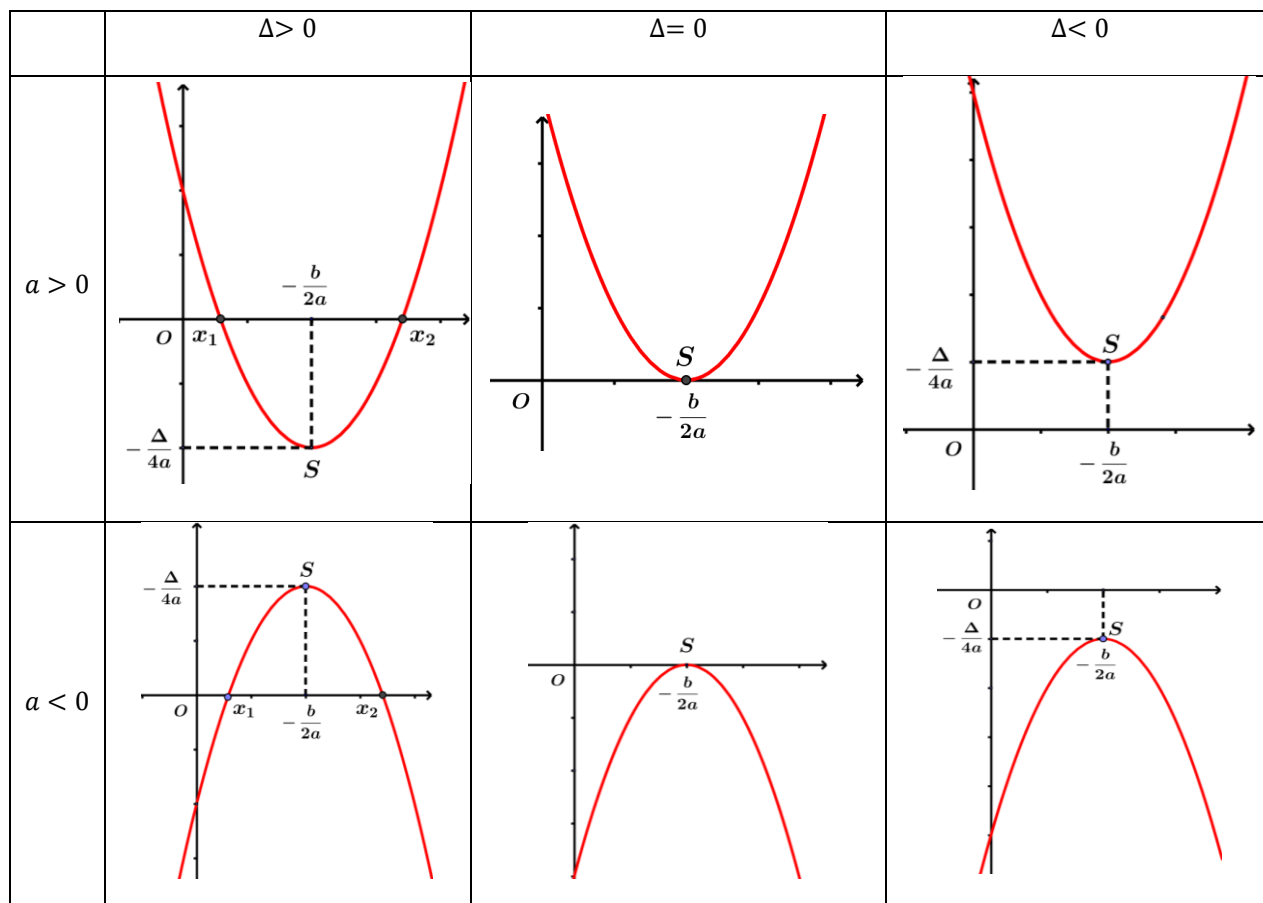
$$b) \frac{x^2 - 5x - 7}{x^2 + 1} < 0 \quad ; \quad d) \frac{3x^2 + 3x - 18}{x^2 + 6x - 16} \geq 0$$

Interprétation graphique

Soit $f: x \mapsto ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ une fonction polynôme de degré 2 et de discriminant Δ , et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ du plan.

Selon les signes de Δ et de a on obtient les six cas de figure dans le tableau ci-dessous.

Dresse le tableau de signe puis étudie le signe de $f(x)$ dans chaque cas :



La représentation graphique d'une fonction polynôme du second degré dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ est une parabole.

Le sommet S de cette parabole a pour abscisse $-\frac{b}{2a}$.

On a : $P(x) = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right)$, Donc $P\left(-\frac{b}{2a}\right) = -\frac{\Delta}{4a^2}$ équivaut à $S\left(-\frac{b}{2a} ; -\frac{\Delta}{4a^2}\right)$

Activité 6 : Etude du signe des solutions d'une équation du second degré

Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$); dont la somme $x_1 + x_2$ et le produit $x_1 \times x_2$ sont connus

Complète le tableau suivant :

P	-	-	-	+	+	0	0	0
S	+	-	0	+	-	+	-	0
Signes des racines								

Synthèse partielle :

Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$); supposons que $\Delta > 0$, on calcule le produit $P = \frac{c}{a}$ et la somme $S = \frac{-b}{a}$. (on pourra étudier le signe de S et P lorsque l'équation contient un paramètre).

- 1^{er} cas : Si $P < 0$, alors les deux racines sont de signes contraires ; le signe de S permet de dire laquelle des deux racines est la plus grande en valeur absolue.
- 2^{ème} cas : Si $P > 0$, alors les deux racines sont de même signe ;
 - Si $S > 0$, alors les deux racines sont positives ;
 - Si $S < 0$, alors les deux racines sont négatives.
- 3^{ème} cas : Si $P = 0$, alors l'une au moins des racines est nulle.
 - Si $S > 0$, alors $x_1 = 0$ et $x_2 > 0$;
 - Si $S < 0$, alors $x_1 < 0$ et $x_2 = 0$;
 - Si $S = 0$, alors $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$.

Activité 6 : Exemple d'équation paramétrique

$$(m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6 = 0$$

I) Soit m un nombre réel. On considère l'équation d'inconnue x tel que :

$$(m + 1)x^2 - (m + 3)x^2 + 3 - m = 0$$

1) Résouds cette équation pour $m = -1$.

2) On suppose $m \neq 1$. Détermine les valeurs du nombre réel m pour lesquelles :

- a) l'équation a deux solutions de signe contraires ;
- b) L'équation a deux solutions distinctes positives.

II) Soit l'équation paramétrique (E_m) : $(m - 2)x^2 + (2m + 2)x + 10m - 14 = 0$.

- 1) Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de (E_m) .
- 2) Trouver entre les racines x_1 et x_2 une relation indépendante de m .
- 3) Pour quelles valeurs de m l'équation admet 2 racines de signes contraires.
- 4) Pour quelles valeurs m l'équation admet 2 racines positives

Activité 7 : Exemple d'inéquation paramétrique

$$\text{Soit } f(x) = (m - 2)x^2 + 2(2m - 3)x + 5m - 6.$$

Résoudre et discuter suivant les valeurs du paramètre réel m l'inéquation $f(x) < 0$.

Activité 8 : Inéquation bicarrées :

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$a) 4x^4 - 5x + 1 < 0 \quad b) -x^4 + x^2 + 12 \leq 0 \quad (\text{On pourra poser } X = x^2)$$

Synthèse partielle :

Les solutions de l'inéquation, d'inconnue x , du type $ax^4 + bx^2 + c \leq 0$, sont les valeurs de x pour lesquelles $ax^4 + bx^2 + c$ est inférieur ou égale à 0. Cela revient à déterminer les x pour lesquels on a le signe – dans le tableau de signe.

Activité 9 : Equations et inéquations irrationnelles**Activité 9-1 : Equation irrationnelles de type $\sqrt{A(x)} = B(x)$**

1) Soit à résoudre l'équation : $(E) \ x \in \mathbb{R} ; \sqrt{3 - x} = x - 1$

a) Détermine le domaine de validité de (E) .

b) Pour tout a élément de D_V , résouds l'équation $(E') : (\sqrt{3 - a})^2 = (a - 1)^2$.

c) Pour déterminer la résolution de (E) , vérifie si les valeurs de a sont solution de (E) .

Activité 9-2 : Equation irrationnelles de type $\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)}$

soit à résoudre l'équation $(E) \ x \in \mathbb{R} , \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x - 4}$

a) Détermine le domaine de validité de (E) .

b) Résous alors l'équation (E) .

Synthèse générale :

Si f et g sont deux fonctions numériques, toute solution de l'équation $(E) \ x \in \mathbb{R} ; f(x) = g(x)$

est solution de l'équation $(E') \ x \in \mathbb{R} ; (f(x))^2 = (g(x))^2$ mais la réciproque est fausse.

$\forall (a ; b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad (a = b \Rightarrow a^2 = b^2) \text{ est vrai mais } (a^2 = b^2 \Rightarrow a = b) \text{ est fausse.}$

Propriété :

L'équation $\sqrt{A(x)} = B(x)$ est définie, si et seulement si : $A(x) \geq 0$ et $B(x) \geq 0$

Cependant la première condition est superflue. Si on élève au carré l'équation, on obtient : $(A(x) = (B(x))^2$

Si cette égalité alors $A(x)$ est nécessairement positif ou nul.

$$\text{Ainsi } \sqrt{A(x)} = B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) = (B(x))^2 \end{cases}$$

L'équation $\sqrt{A(x)} = \sqrt{B(x)}$ est définie, si et seulement si : $A(x) \geq 0$ et $B(x) \geq 0$

On en déduit alors le domaine de validité D_V de l'équation.

On élève ensuite au carré, en remarquant qu'il y a équivalence que si $x \in D_V$.

Evaluation formative :

1) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) \sqrt{x^2 - 1} = x + 2 \qquad b) \sqrt{4 - x} = x - 2$$

2) Résous dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) \sqrt{4x - 1} = \sqrt{3 - x} \qquad ; \qquad b) \sqrt{x + 12} = \sqrt{x^2 + 2x - 8}$$

Activité 10 : Inéquations irrationnelles :**Propriétés :****1) Inéquation de la forme $\sqrt{A(x)} \leq \sqrt{B(x)}$:**

$$\sqrt{A(x)} \leq \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq B(x) \end{cases}$$

Evaluation formative 1 :

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations rationnelles suivantes :

$$a) \sqrt{x - 1} \leq \sqrt{2x + 3} \qquad b) \sqrt{x + 5} \leq \sqrt{5 - x}$$

2) Inéquation de la forme $\sqrt{A(x)} \leq B(x)$:

$$\sqrt{A(x)} \leq B(x) \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ A(x) \leq (B(x))^2 \end{cases}$$

Evaluation formative 2 :

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations rationnelles suivantes :

$$a) \sqrt{x - 2} \leq 3x - 1 \qquad b) \sqrt{3 - x} < x + 3$$

3) Inéquation de la forme $A(x) \leq \sqrt{B(x)}$:

$$A(x) \leq \sqrt{B(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ (A(x))^2 \leq B(x) \end{cases}$$

Si la fonction de $\begin{cases} A(x) < 0 \\ B(x) < 0 \end{cases}$ a comme solution S_1 et si celle de $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \\ (A(x))^2 \leq B(x) \end{cases}$ est S_2

Alors la solution de $A(x) \leq \sqrt{B(x)}$ est $S_1 \cap S_2$

Evaluation formative 3 :

Résous dans $\mathbb{R}$ les inéquations rationnelles suivantes :

a) $2 - x \leq \sqrt{x+3}$ b) $6x + 3 < \sqrt{-x^2 - x + 6}$

Activité 11 : Systèmes linéaires d'équations (rappel)

1) Définition : On appelle système du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ toute expression de la forme :

$$S: \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \quad \text{ou } a, a', b, b', c, c' \text{ sont des réels}$$

Résolution : Pour résoudre un système du 1^{er} degré à 2 inconnues $S: \begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

On calcule $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} = ab' - a'b$ puis

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = cb' - c'b \quad \text{et} \quad \Delta_y = -\begin{vmatrix} c & a \\ c' & a' \end{vmatrix} = -(ca' - c'a) = c'a - ca'$$

Alors le système a comme solution le couple $(x ; y)$ tels que $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ et $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

Evaluations formatives :

1) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants

a) $\begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ -x + 4y = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -x + 7y = 5 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - y = 12 \\ -x + 2y = -9 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + 7y = 21 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

2) Résous par substitution les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} 3x + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 8 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ x - 9y + 5z = -7 \end{cases}$

3) Résous de par Pivot de Gauss les systèmes suivants :

a) $\begin{cases} x + 2y + 5z = 4 \\ x + y + 2z = 6 \\ 2x + 3y + 7z = 10 \end{cases}$; b) $\begin{cases} 2x + 3y - 5z = -11 \\ 4x + y - 2z = -8 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$

4) Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes par la méthode de ton choix

a) $\begin{cases} 2x + y - 3z = 11 \\ x - 2y + 3z = -26 \\ -x + 3y - z = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - y + 2z = 11 \\ -x + 2y + z = -2 \\ 2x + y - z = 5 \end{cases}$

5) Déterminez un nombre de trois chiffres du système décimal sachant que :

- la somme de ses chiffres est 18 ;
- si on permute le chiffre des dizaines et celui des centaines, le nombre augmente de 360.
- si on permute le chiffre des unités et celui des centaines, le nombre augmente de 198