

Chapitre 8

Les isométries du plan

1. Symétrie orthogonale (ou symétrie axiale)

Définition. Etant donné une droite d du plan, la **symétrie orthogonale d'axe d** est la transformation du plan notée s_d , qui associe à tout point M le point M' tel que d est la médiatrice de $[MM']$. Donc :

$$s_d : \Pi \rightarrow \Pi$$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } d = \text{médiatrice de } [MM']$$

Remarques : a) Le point M' est appelé **image** de M par s_d ou encore **le symétrique de M** par rapport à d . On note : $M' = s_d(M)$. b) La droite d est l'**élément caractéristique** de la symétrie orthogonale s_d .

Construction de l'image d'un point :

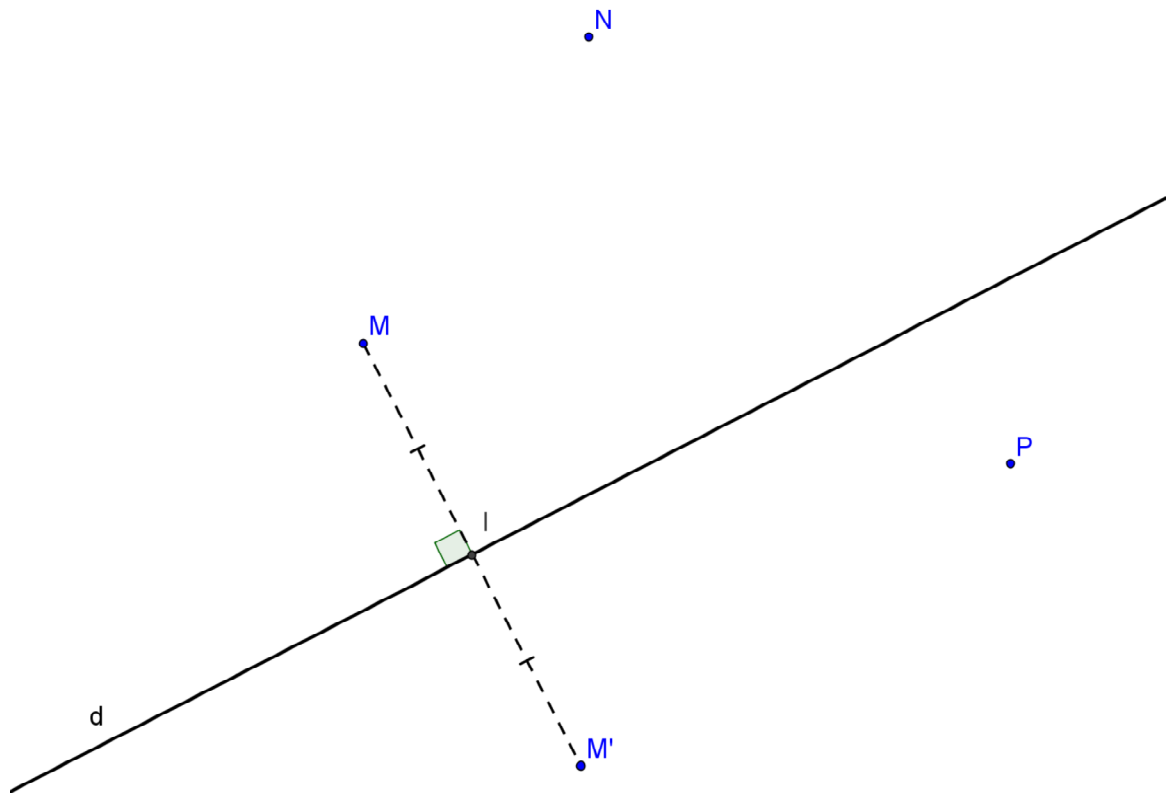


fig. 1

Construire sur cette figure $s_d(N) = N'$ et $s_d(P) = P'$. Les droites (MP) et (NP) coupent l'axe d en J et K respectivement. Quelles sont les images de J et K par s_d ?

.....

Définition. On dit qu'un point M est *invariant* (ou *fixe*) par une transformation f du plan si $f(M) = M$, c.-à-d. si M est transformé en lui-même.

Retenons : L'*ensemble des points invariants* par une symétrie orthogonale s_d est l'axe d . En d'autres termes : $s_d(M) = M \Leftrightarrow M \in d$.

Sur la figure 1, quelles sont les images des points M' , N' et P' par s_d ?

.....

Retenons : Une symétrie orthogonale s_d est dite *involutive*, c.-à-d. : $s_d(M) = M' \Leftrightarrow s_d(M') = M$.

Sur la figure 1, quel est l'image du triangle MNP par s_d ? Les propriétés que nous allons voir dans la suite permettent d'affirmer que :

.....

Propriétés d'une symétrie orthogonale :

a) Conservation de l'alignement. Image d'une droite

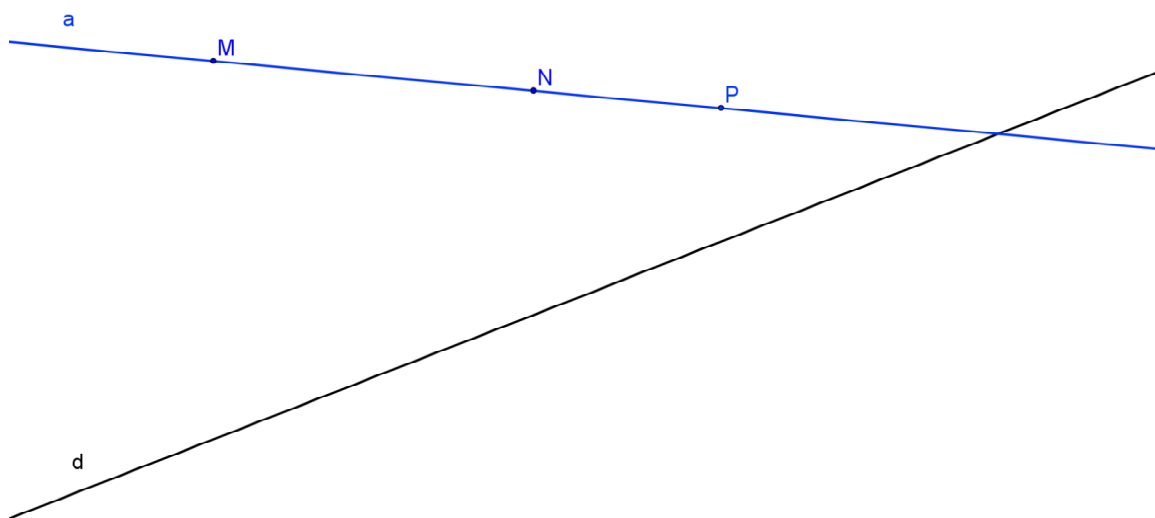


fig. 2

Sur la figure 2, les points M , N , et P sont **alignés** : ils appartiennent à la même droite a . Construire sur la figure les images des points M , N et P . Que constatez-vous ?

Retenons : Une symétrie orthogonale s_d **conserve l'alignement des points**, c.-à-d. les images de points alignés sont des points alignés.

Image d'une droite : On déduit de la conservation de l'alignement des points que l'image de la droite a par s_d est la droite a' , passant par les points M' , N' et P' . On note : $s_d(a) = a'$; cela veut dire que les images de **tous** les points de la droite a par s_d sont **tous** les points de la droite a' . Que peut-on dire du point d'intersection des droites a et a' ?

.....

Cas particulier : $a \parallel d$

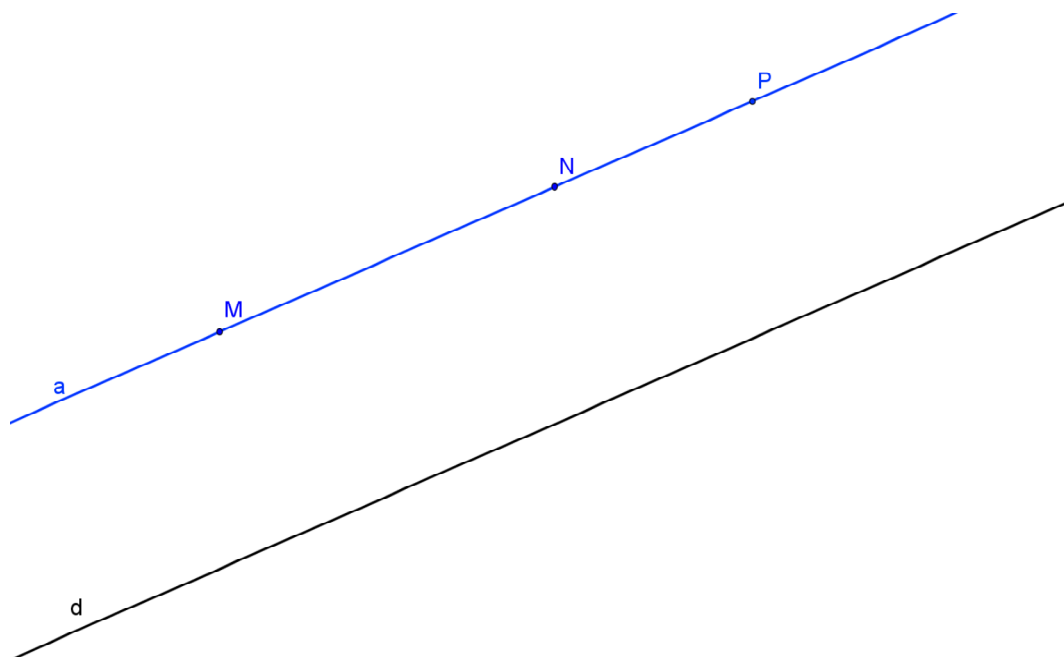


fig. 3

Sur cette figure $a \parallel d$. Construire l'image de la droite a par s_d . Que constatez-vous ?

Quelle est l'image de la droite d par s_d ?

On dit que l'axe d est une droite **invariante** (point par point) par s_d .

Cas particulier : $a \perp d$

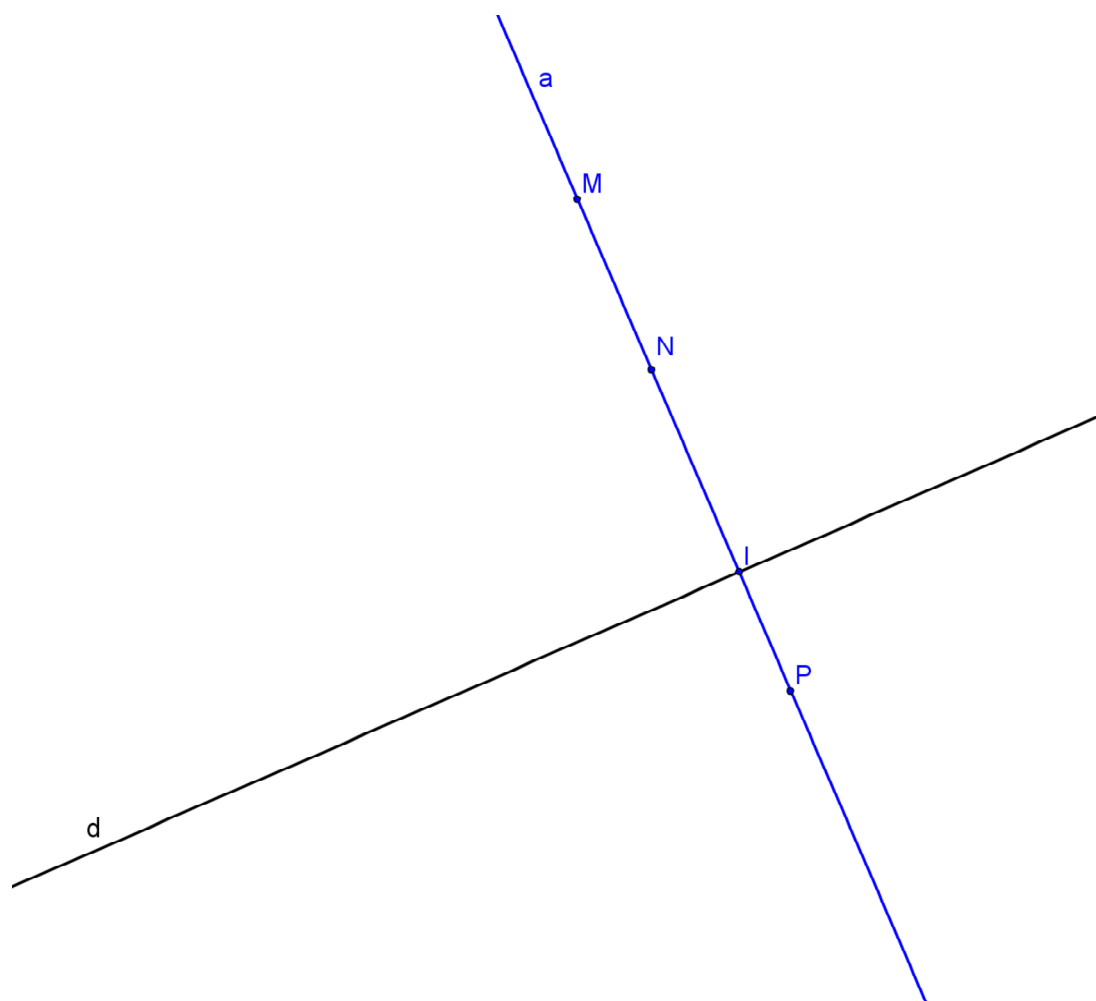


fig. 4

Sur cette figure $a \perp d$. Construire l'image des points M , N et P par s_d . Quelle est l'image de la droite a par s_d ?.....

Donc les droites perpendiculaires à l'axe d sont **invariantes** (globalement) par s_d .

Résumons :

Une symétrie orthogonale s_d **transforme une droite a en une droite a'** .

Si $a \not\parallel d$, alors a et a' sont **sécantes** et leur **point d'intersection** est sur l'axe d .

Si $a \parallel d$, alors $a' \parallel d$. En particulier $s_d(d) = d$: d est **invariante point par point**.

Si $a \perp d$, alors $s_d(a) = a$ et la droite a est **globalement invariante** par s_d .

b) Conservation des distances. Image d'un segment

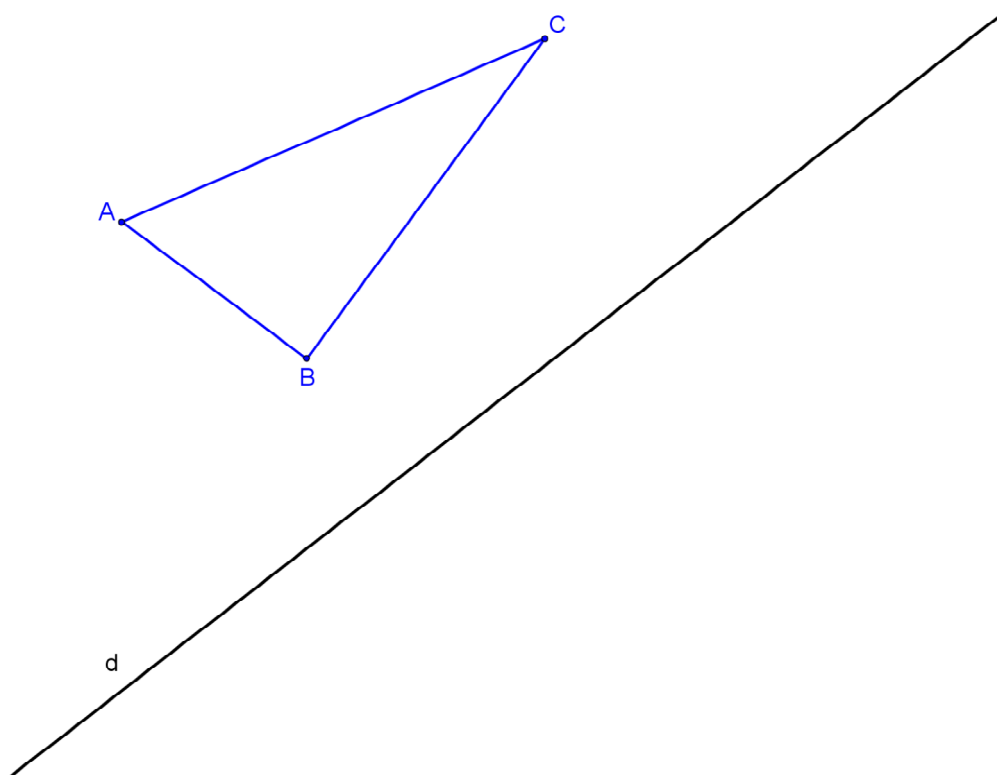


fig. 5

Construire les images des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$ par s_d . Expliquer :

.....
.....
.....

Que peut-on dire de la longueur des trois segments images ?

.....
.....

Retenons : Une symétrie orthogonale s_d transforme **un segment** en **un segment de même longueur**. On dit que s_d **conserve les longueurs** (ou les distances). On dit encore que la transformation s_d est une **isométrie**.

Définition. Une **isométrie** est une transformation du plan qui conserve les longueurs.

Sur la figure 5, quelle est l'image du triangle ABC par s_d ?

.....

Que peut-on dire des longueurs des côtés du triangle $A'B'C'$?

.....

.....

Définition. On dit que les triangles ABC et $A'B'C'$ sont **isométriques** lorsque les longueurs de leurs côtés sont deux à deux égales.

c) Conservation des angles

Sur la figure 5 on a :

$$s_d(\widehat{BAC}) = \widehat{B'A'C'}, s_d(\widehat{ABC}) = \widehat{A'B'C'} \text{ et } s_d(\widehat{BCA}) = \widehat{B'C'A'}$$

Que peut-on dire des amplitudes des angles des triangles ABC et $A'B'C'$?

.....

.....

Retenons : Une symétrie orthogonale s_d transforme **un angle** en **un angle de même amplitude**. On dit que s_d **conserve les angles**.

Cas particuliers :

a) L'image d'un angle droit est un angle droit. Donc s_d transforme deux droites perpendiculaires en deux droites perpendiculaires. On dit que s_d **conserve la perpendicularité**. Sur la figure ci-dessous par exemple :

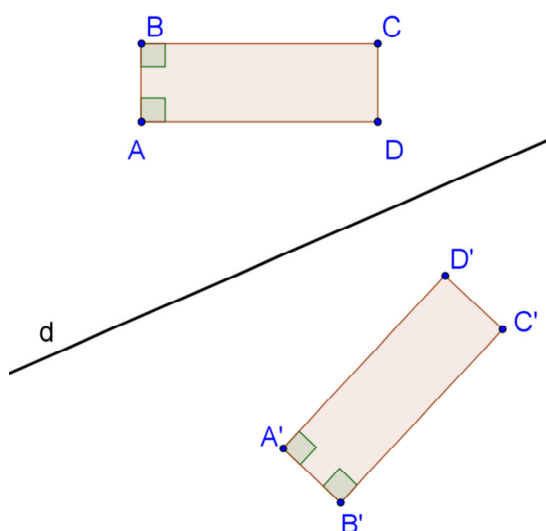


fig. 6

$$s_d((AB)) = (A'B') \text{ et } s_d((BC)) = (B'C').$$

Comme $(AB) \perp (BC)$ et s_d conserve la perpendicularité, on a aussi $(A'B') \perp (B'C')$.

De cette façon, on peut voir que l'image du **rectangle** $ABCD$ par s_d est le **rectangle** $A'B'C'D'$. (De plus, comme s_d conserve les longueurs, les dimensions du rectangle $A'B'C'D'$ sont les mêmes que celles du rectangle $ABCD$.)

b) L'image d'un angle nul (resp. plat) est un angle nul (resp. plat). Donc s_d transforme deux droites parallèles en deux droites parallèles. On dit que s_d **conserve le parallélisme**. Sur la figure ci-dessous par exemple :

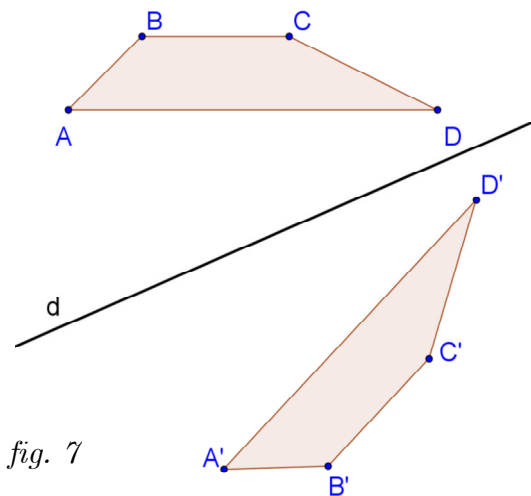


fig. 7

$$s_d((BC)) = (B'C') \text{ et } s_d((AD)) = (A'D').$$

Comme $(BC) \perp (AD)$ et s_d conserve le parallélisme, on a aussi $(B'C') \perp (A'D')$.

De cette façon, on peut voir que l'image du **trapèze** $ABCD$ par s_d est le **trapèze** $A'B'C'D'$. (De plus, comme s_d conserve les longueurs, les dimensions du trapèze $A'B'C'D'$ sont les mêmes que celles du trapèze $ABCD$.)

d) Renversement de l'orientation

Intuitivement, l'orientation d'une figure est le choix d'un sens de parcours sur cette figure. Considérons par exemple le trapèze $ABCD$ et son image $A'B'C'D'$ de la figure 7. Si nous choisissons sur les deux trapèzes **le sens de parcours qui correspond à l'ordre alphabétique des points** (c'est ce que nous allons faire toujours dans la suite) alors le trapèze $ABCD$ est orienté dans le sens $\curvearrowright$ tandis que le trapèze $A'B'C'D'$ est orienté dans le sens $\curvearrowleft$. Les deux trapèzes n'ont donc pas la même orientation.

Définition. Le sens $\curvearrowleft$ est appelé **sens positif** (sens des ronds-points, sens direct), le sens $\curvearrowright$ est appelé **sens négatif** (sens des aiguilles d'une montre, sens indirect).

On peut faire la même observation sur la figure 5 : le triangle ABC est orienté dans le sens positif, alors que son image, le triangle $A'B'C'$, est orienté dans le sens négatif.

Retenons : Une **symétrie orthogonale ne conserve pas** l'orientation d'une figure.

c) Image d'un cercle

Construire sur la figure ci-dessous les images des cercles $\mathcal{C}_1$, de centre A et de rayon $r = \dots\dots\dots$ et $\mathcal{C}_2$, de centre B et de rayon $r' = \dots\dots\dots$ par s_d :

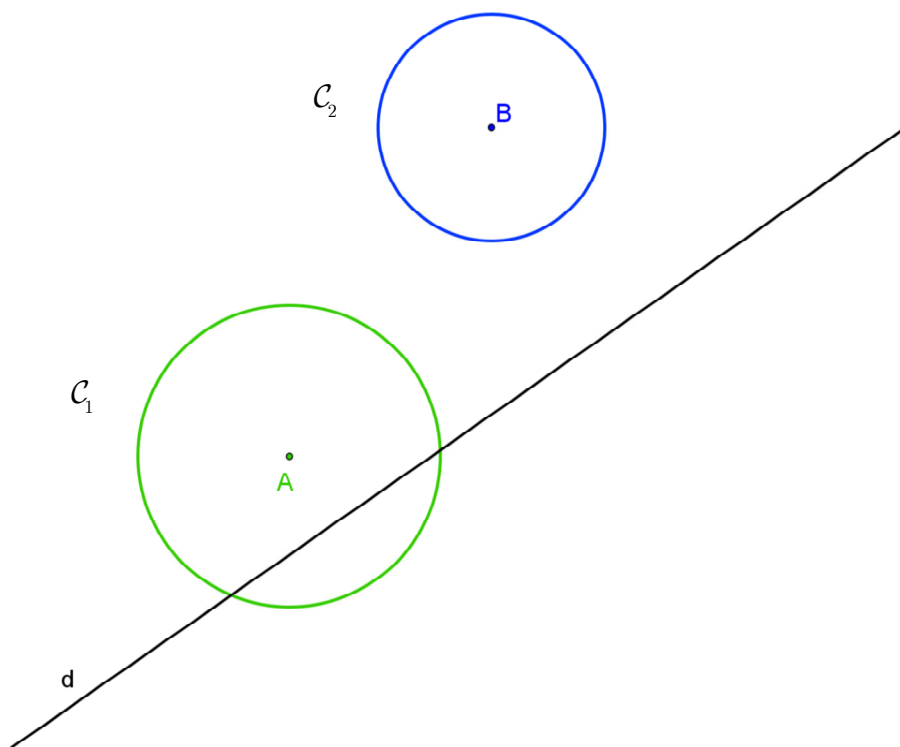


fig. 8

Expliquer la construction :

.....

.....

.....

.....

Construire sur la figure 8 un cercle invariant par s_d . Où faut-il placer le centre de ce cercle ?

.....

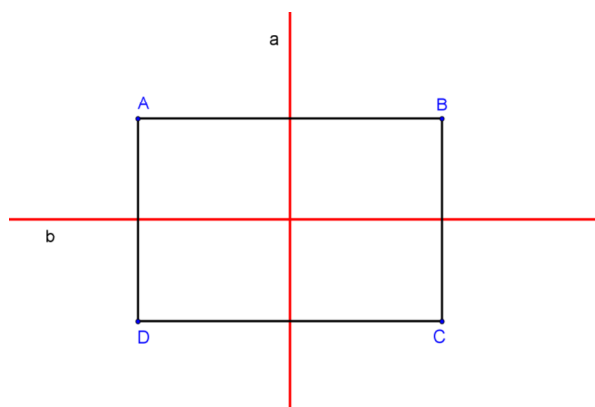
Retenons : Une symétrie orthogonale s_d transforme **le cercle $\mathcal{C}$ de centre O** et de rayon r en **le cercle $\mathcal{C}'$ de centre $O' = s_d(O)$** et de même rayon r . Un cercle est globalement invariant par s_d si et seulement si son centre est sur l'axe d .

Axe de symétrie d'une figure

Définition. On dit qu'une droite d est un **axe de symétrie** d'une figure $\mathcal{F}$, si cette figure est **invariante** par la symétrie orthogonale s_d , c.-à-d. si $s_d(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$.

Exemples : Voici des figures géométriques simples avec en rouge leurs axes de symétrie. Compléter à chaque fois le tableau des images des symétries orthogonales indiquées :

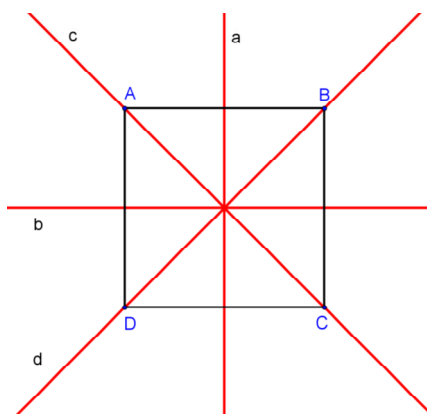
a) Un **rectangle** a 2 axes de symétrie.



s_a	
A	
B	
C	
D	

s_b	
A	
B	
C	
D	

b) Un **carré** a 4 axes de symétrie.



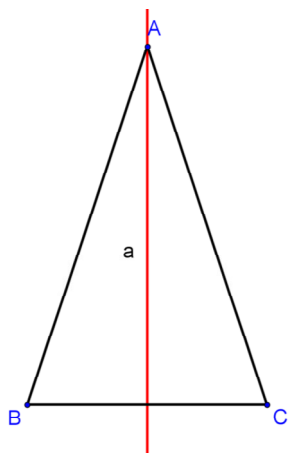
s_a	
A	
B	
C	
D	

s_c	
A	
B	
C	
D	

s_b	
A	
B	
C	
D	

s_d	
A	
B	
C	
D	

c) Un *triangle isocèle* a 1 axe de symétrie.



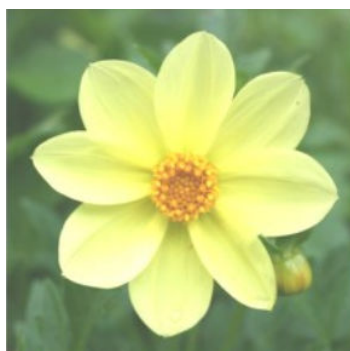
s_a	
A	
B	
C	

d) Un *triangle équilatéral* a 3 axes de symétrie (exercice).

e) Un *cercle* a une infinité d'axes de symétrie (exercice).

f) Déterminer les axes de symétrie des *lettres de l'alphabet* (exercice).

g) Dans la *nature* on rencontre beaucoup de figures avec des axes de symétrie :



2. Symétrie centrale

Définition. Etant donné un point O du plan, la **symétrie centrale de centre O** est la transformation du plan notée s_o , qui associe à tout point M le point M' tel que O est le milieu de $[MM']$. Donc :

$$\begin{aligned}s_o : \Pi &\rightarrow \Pi \\ M &\mapsto M' \text{ tel que } O = \text{mil}[MM']\end{aligned}$$

Remarques : a) L'image du point M par s_o est appelée **le symétrique de M** par rapport à O . On note : $M' = s_o(M)$. b) Le centre O est l'**élément caractéristique** de la symétrie centrale s_o .

Construction de l'image d'un point :

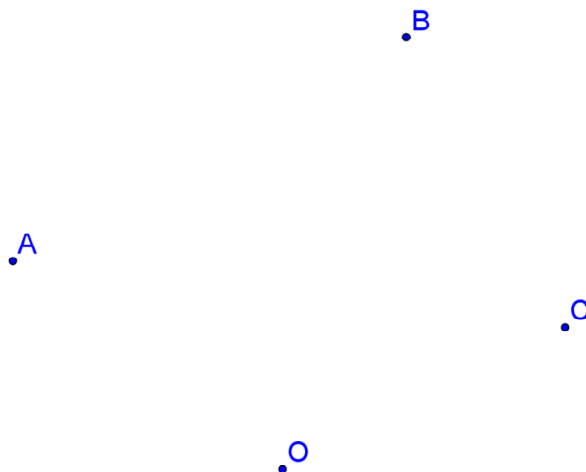


fig. 9

Construire sur cette figure $s_o(A) = A'$, $s_o(B) = B'$ et $s_o(C) = C'$. Quel est l'image du point O par s_o ?

Retenons : Le centre O est **l'unique point invariant** par la symétrie centrale s_o .
En d'autres termes : $s_o(M) = M \Leftrightarrow M = O$.

Sur la figure 9, quels sont les images des points A' , B' et C' par s_o ?

.....

Retenons : Une symétrie centrale s_o est *involution*, c.-à-d. :

$$s_o(M) = M' \Leftrightarrow s_o(M') = M.$$

Sur la figure 9, quel est l'image du triangle ABC par s_o ? Les propriétés que nous allons voir dans la suite permettent d'affirmer que :

.....

Propriétés d'une symétrie centrale :

a) Conservation de l'alignement. Image d'une droite

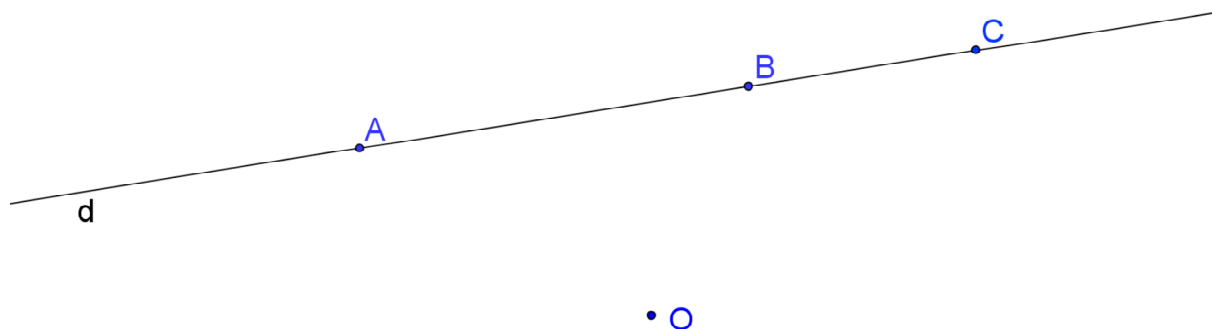


fig. 10

Sur la figure 10, les points A , B , et C sont *alignés* : ils appartiennent à la droite d . Construire sur la figure les images des points A , B et C par s_o . Que constatez-vous ?

.....

.....

Retenons : Une symétrie centrale s_o *conserve l'alignement des points*.

Quelle est l'image de la droite d par s_O ? Comparer les directions des deux droites !

.....

.....

Retenons : La symétrie centrale s_O *transforme une droite d en une droite parallèle d'* . Comme d et d' ont la même direction, on dit que s_O *conserve les directions*.

Sur la fig. 10, quelles sont les images des droites $a = (AO)$, $b = (BO)$ et $c = (CO)$ par s_O ?

.....

Est-ce que les droites a , b et c sont *globalement invariantes* ou *invariantes point par point* ?

.....

Retenons : Les *droites globalement invariantes* par une symétrie centrale s_O sont les droites passant par le centre O .

b) Conservation des distances. Image d'un segment

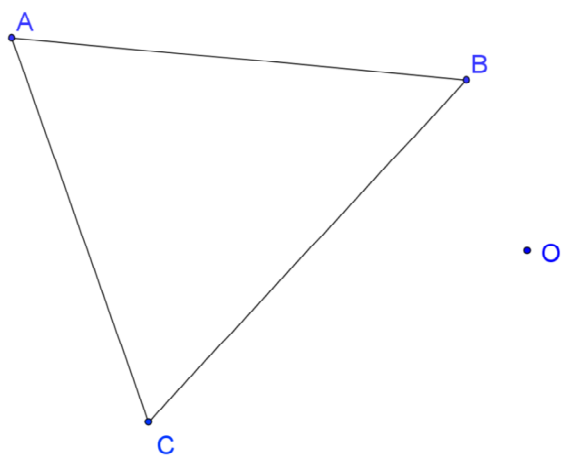


fig. 11

Construire les images des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$ par s_o .

.....

Que peut-on dire de la longueur des trois segments images ?

.....

Retenons : Une symétrie centrale s_o transforme *un segment* en *un segment de même longueur*. En d'autres termes, s_o *conserve les longueurs* (ou les distances). Donc s_o est une *isométrie*.

Sur la figure 11, quelle est l'image du triangle ABC par s_o ?

.....

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont car leurs côtés ont deux à deux la même longueur.

c) Conservation des angles

Sur la figure 11 on a :

$$s_o(\widehat{BAC}) = \widehat{B'A'C'}, s_o(\widehat{ABC}) = \widehat{A'B'C'} \text{ et } s_o(\widehat{BCA}) = \widehat{B'C'A'}.$$

Que peut-on dire des amplitudes des angles des triangles ABC et $A'B'C'$?

.....

Retenons : Une symétrie centrale s_o transforme *un angle* en *un angle de même amplitude*. En d'autres termes, s_o *conserve les angles*. En particulier, s_o conserve aussi la *perpendicularité* et le *parallélisme*.

Exemple. Quelle est l'image d'un rectangle par une symétrie centrale ? Pourquoi ?

.....

Construire l'image $A'B'C'D'$ du rectangle $ABCD$ par la symétrie centrale s_O :

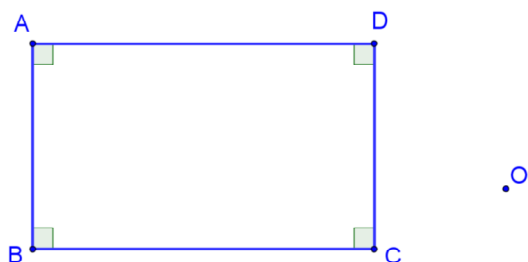


fig. 12

d) Conservation de l'orientation

Est-ce que les deux triangles ABC et $A'B'C'$ de la figure 11 ont la même orientation ?

.....

Est-ce que les deux rectangles $ABCD$ et $A'B'C'D'$ de la figure 12 ont la même orientation ?

.....

Retenons : Une symétrie centrale **conserve l'orientation** des figures.

On peut donc classer les isométries en **deux types** : celles qui conservent l'orientation (comme les symétries centrales) et celles qui renversent l'orientation (comme les symétries orthogonales).

Définition.

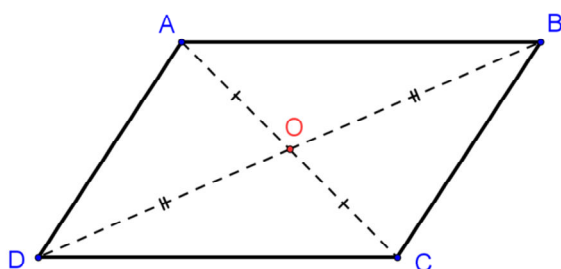
- a) Un **déplacement** est une isométrie qui **conserve l'orientation** d'une figure.
- b) Un **anti-déplacement** (ou retournement) est une isométrie qui **renverse l'orientation** d'une figure.

Centre de symétrie d'une figure

Définition. On dit qu'un point O est un centre de symétrie d'une figure $\mathcal{F}$, si cette figure est *invariante* par la symétrie centrale s_O , c.-à-d. si $s_O(\mathcal{F}) = \mathcal{F}$.

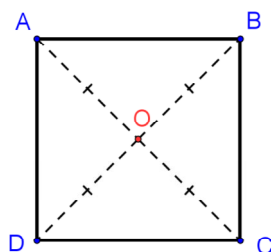
Exemples.

a) Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, le centre de symétrie d'un parallélogramme est le point d'intersection de ses diagonales.

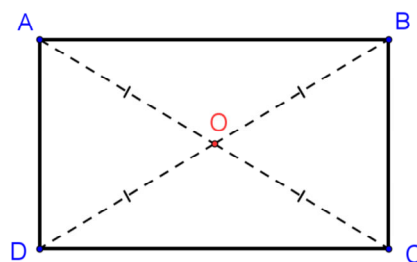


s_O	
A	
B	
C	
D	

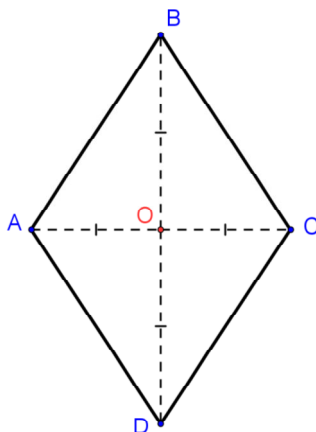
b) Un carré, un rectangle et un losange sont des parallélogrammes particuliers, donc leur centre de symétrie est aussi le point d'intersection des diagonales.



carré

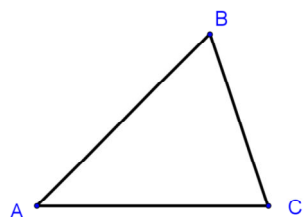


rectangle



losange

c) Est-ce qu'un *triangle* peut avoir un centre de symétrie ? Pourquoi !



.....

.....

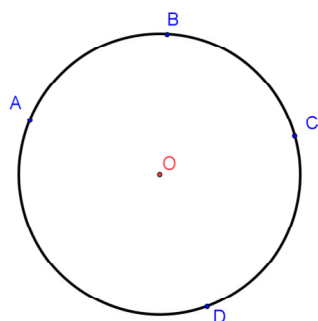
.....

.....

.....

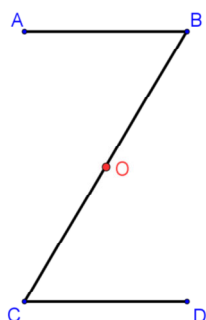
.....

d) Le centre de symétrie d'un *cercle* est bien sûr le centre du cercle.

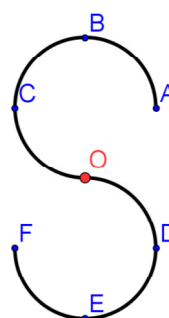


s_O	
A	
B	
C	
D	

e) Beaucoup de *lettres de l'alphabet* ont un centre de symétrie. Voici deux exemples :



s_O	
$[AB]$	
$[BC]$	
$[CD]$	



s_O	
A	
B	
C	
D	
E	
F	
O	

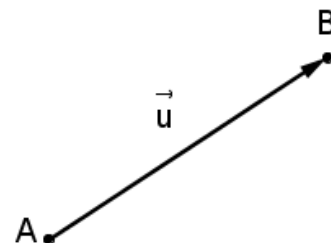
f) Lesquelles des figures en bas de la page 9 ont aussi un centre de symétrie ?

.....

3. Translation

Définition. Un **vecteur** du plan est une « flèche », caractérisée par sa **longueur**, sa **direction** et son **sens**.¹

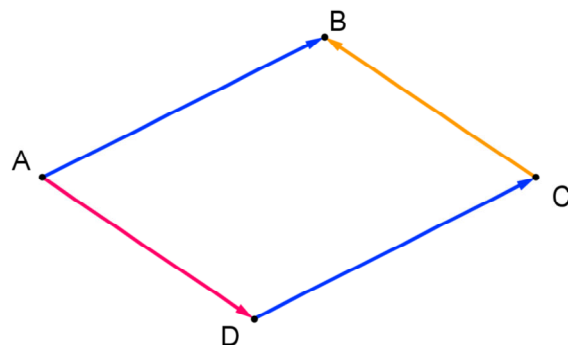
Exemple. Sur la figure ci-contre, on a représenté le vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, d'**origine** A et d'**extrémité** B . La **longueur** du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est celle du **segment** $[AB]$, sa **direction** est celle de la **droite** AB et son **sens** est celui de A vers B .



Attention. Un vecteur n'est pas un ensemble de points ! Il ne faut donc pas confondre le vecteur $\overrightarrow{AB}$ avec le segment $[AB]$.

Egalité de deux vecteurs. Deux vecteurs sont égaux si et seulement si ils ont la même longueur, la même direction et le même sens. Par exemple, si $ABCD$ est un **parallélogramme** alors :

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, mais :
- $\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CB}$, car les deux vecteurs ont la même longueur et la même direction, mais pas le même sens : on dit qu'ils sont **opposés** et on note : $\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AD}$.
- $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{AD}$, car les deux vecteurs n'ont pas la même longueur et pas la même direction.



Vecteur nul : Le vecteur nul, noté $\vec{0}$, est un vecteur de **longueur** 0. Par exemple : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \dots = \vec{0}$. Par convention, $\vec{0}$ a toutes les directions qu'on veut.

Définition. Etant donné un vecteur $\vec{u}$ du plan, la **translation** de vecteur $\vec{u}$, notée $t_{\vec{u}}$, est la transformation du plan qui associe à tout point M le point M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$. Donc :

$$t_{\vec{u}} : \Pi \rightarrow \Pi$$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \overrightarrow{MM'} = \vec{u}$$

¹ Attention : il ne faut pas confondre **direction** et **sens** : par exemple le mouvement d'un ascenseur a **une direction**, la verticale, et **deux sens** : la montée et la descente.

Remarques : a) L'image du point M par $t_{\vec{u}}$ est appelée **le translaté de M** par le vecteur $\vec{u}$. On note : $M' = t_{\vec{u}}(M)$. b) L'**élément caractéristique** de la translation $t_{\vec{u}}$ est le vecteur $\vec{u}$. c) On a : $t_{\vec{u}}(M) = M' \Leftrightarrow t_{-\vec{u}}(M') = M$.

Construction de l'image d'un point :

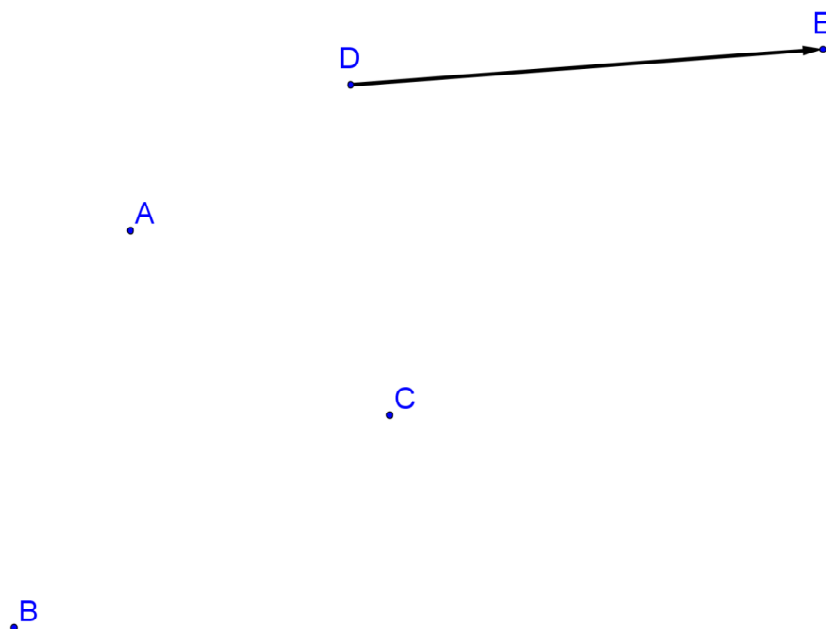


fig. 13

Construire sur cette figure $t_{\overline{DE}}(A) = A'$, $t_{\overline{DE}}(B) = B'$ et $t_{\overline{DE}}(C) = C'$. Est-ce que la translation $t_{\overline{DE}}$ admet des points invariants ?

.....

Est-ce qu'il y a des translations qui admettent des points invariants ?

.....

.....

.....

Retenons :

a) Si $\vec{u} \neq \vec{0}$, alors la translation $t_{\vec{u}}$ n'admet aucun **point invariant**.

b) Si $\vec{u} = \vec{0}$, alors **tous les points du plan** sont **invariants** par $t_{\vec{u}}$. La translation $t_{\vec{0}}$ est appelée **transformation identique** du plan. On la note encore id_{Π} .

Sur la figure 13, quelle est l'image du triangle ABC par $t_{\overrightarrow{DE}}$? Les propriétés que nous allons voir dans la suite permettent d'affirmer que :

.....

Propriétés d'une translation :

a) Conservation de l'alignement. Image d'une droite

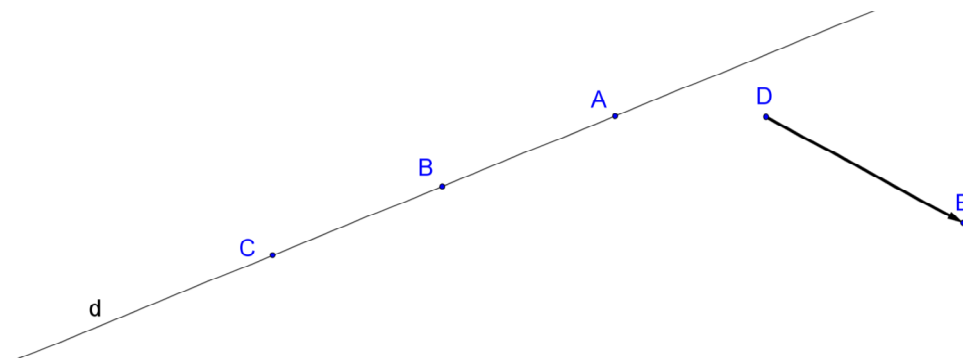


fig. 14

Sur la figure 14, les points A , B , et C sont **alignés**. Construire sur cette figure les images A' , B' et C' des points A , B et C par $t_{\overrightarrow{DE}}$. Que constatez-vous ?

.....

.....

Retenons : Une translation **conserve l'alignement des points**.

Quelle est l'image de la droite d par $t_{\overrightarrow{DE}}$? Comparer les directions des deux droites !

.....

.....

Retenons : La translation $t_{\vec{u}}$ **transforme une droite d en une droite parallèle d'** . Donc $t_{\vec{u}}$ **conserve les directions**.

Trouver des droites invariantes par $t_{\overrightarrow{DE}}$ sur la figure 14.

.....

Retenons : Les **droites globalement invariantes** par une translation $t_{\vec{u}}$ de vecteur non nul $\vec{u}$ sont les droites **parallèles** au vecteur $\vec{u}$.

b) Conservation des distances. Image d'un segment

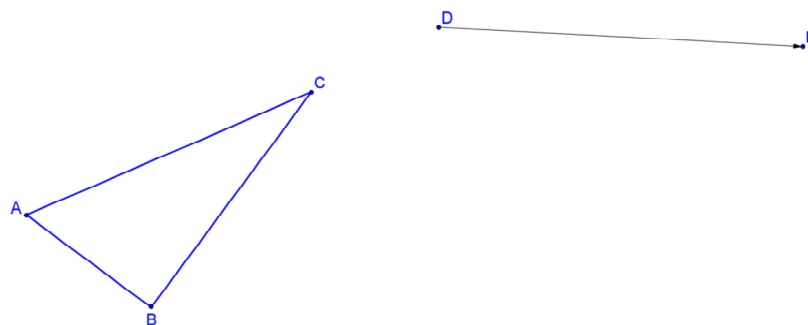


fig. 15

Construire les images des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$ par $t_{\overline{DE}}$. Que constatez-vous ?

.....

.....

Retenons : Une translation $t_{\vec{u}}$ transforme **un segment** en **un segment de même longueur**. En d'autres termes, $t_{\vec{u}}$ **conserve les longueurs** (ou les distances). Donc $t_{\vec{u}}$ est une **isométrie**.

Sur la figure 15, quel est l'image du triangle ABC par $t_{\overline{DE}}$?

.....

Les triangles ABC et $A'B'C'$ sont car leurs côtés ont deux à deux la même longueur.

c) Conservation des angles

Sur la figure 15 on a :

$$t_{\overline{DE}}(\widehat{BAC}) = \dots\dots\dots, \quad t_{\overline{DE}}(\widehat{ABC}) = \dots\dots\dots \text{ et } t_{\overline{DE}}(\widehat{BCA}) = \dots\dots\dots$$

Mesurer les angles des deux triangles ABC et $A'B'C'$! Que constatez-vous ?

.....

.....

Retenons : Une translation $t_{\vec{u}}$ transforme *un angle* en *un angle de même amplitude*. Donc $t_{\vec{u}}$ *conserve les angles*. En particulier, $t_{\vec{u}}$ conserve aussi la *perpendicularité* et le *parallélisme*.

Construire sur la figure suivante l'image $A'B'C'D'$ du rectangle $ABCD$ par la translation $t_{\vec{EF}}$. Expliquer pourquoi $A'B'C'D'$ est encore un rectangle.

.....

.....

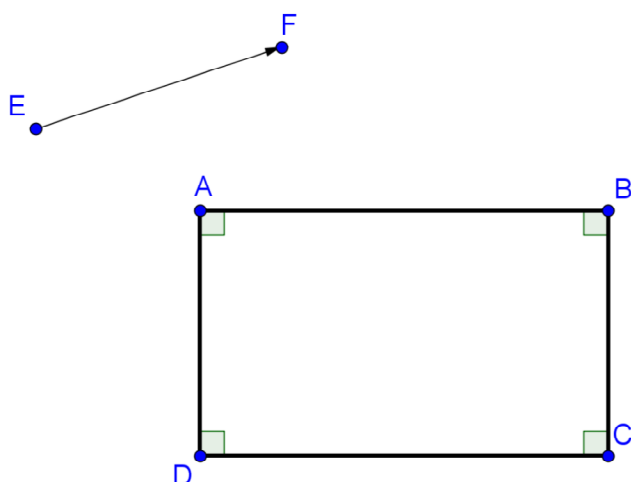


fig. 16

d) Conservation de l'orientation

Est-ce que les deux triangles ABC et $A'B'C'$ de la figure 15 ont la même orientation ?

.....

Est-ce que les deux rectangles $ABCD$ et $A'B'C'D'$ de la figure 16 ont la même orientation ?

.....

Retenons : Une translation est une isométrie qui *conserve l'orientation*. C'est donc un *déplacement*.

4. Rotation

Définition. L'**angle orienté** $\widehat{(A, O, B)}$ est un angle dont le côté $[OA)$ est appelé **côté origine** et le côté $[OB)$ est le **côté extrémité**.

Dans un angle orienté l'**ordre** des points joue un rôle ! Il ne faut donc pas confondre les deux angles orientés $\widehat{(A, O, B)}$ et $\widehat{(B, O, A)}$.

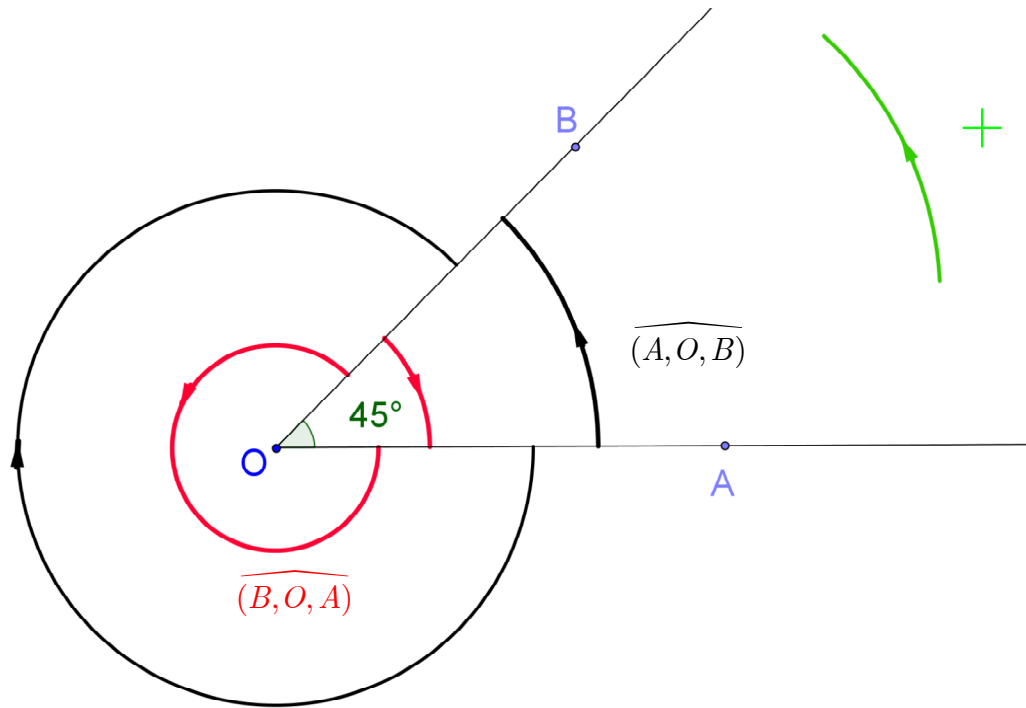


fig. 17

L'angle orienté $\widehat{(A, O, B)}$ a une **infinité de mesures** : on obtient une **mesure positive** (resp. **négative**) de cet angle en tournant de $[OA)$ vers $[OB)$ dans le sens positif (resp. dans le sens négatif). **On peut faire autant de tours qu'on veut**, pourvu qu'on parte du côté origine et qu'on s'arrête sur le côté extrémité.

Ainsi, sur la figure 17 ci-dessus :

$$\begin{aligned} \widehat{(A, O, B)} &\equiv 45^\circ \equiv 405^\circ \equiv 765^\circ \equiv \dots \\ &\equiv -315^\circ \equiv -675^\circ \equiv -1035^\circ \equiv \dots \end{aligned} \quad \text{c.-à-d.} \quad \widehat{(A, O, B)} \equiv 45^\circ + k \cdot 360^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \widehat{(B, O, A)} &\equiv -45^\circ \equiv -405^\circ \equiv -765^\circ \equiv \dots \\ &\equiv 315^\circ \equiv 675^\circ \equiv 1035^\circ \equiv \dots \end{aligned} \quad \text{c.-à-d.} \quad \widehat{(B, O, A)} \equiv -45^\circ + k \cdot 360^\circ, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Deux mesures d'un angle orienté diffèrent donc d'un multiple de 360° .

Définition. Etant donné un point O et un angle orienté α , la **rotation** de centre O et d'angle α est la transformation du plan notée $r_{O,\alpha}$ qui associe à tout point M le point M' tel que $OM = OM'$ et $\widehat{(M,O,M')} \equiv \alpha$. Donc :

$$r_{O,\alpha} : \Pi \rightarrow \Pi$$

$$M \mapsto M' \text{ tel que } \begin{cases} OM = OM' \\ \widehat{(M,O,M')} \equiv \alpha \end{cases}$$

Remarque : Les **éléments caractéristiques** de la rotation $r_{O,\alpha}$ sont le centre O et l'angle α .

Construction de l'image d'un point :

a) $\alpha = 90^\circ$

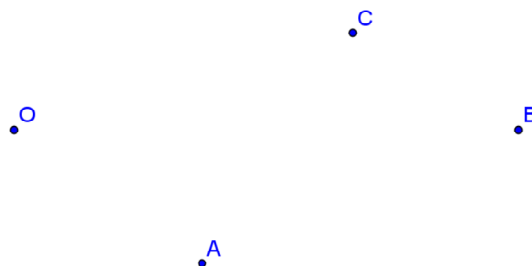


fig. 18

Construire sur cette figure $r_{O,90^\circ}(A) = A'$, $r_{O,90^\circ}(B) = B'$ et $r_{O,90^\circ}(C) = C'$. Est-ce que la rotation $r_{O,90^\circ}$ admet des points invariants ?

.....

b) $\alpha = -120^\circ$

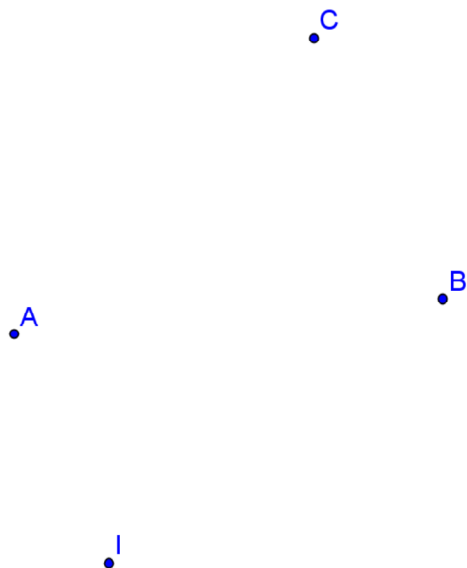


fig. 18

Construire sur cette figure $r_{I,-120^\circ}(A) = A'$, $r_{I,-120^\circ}(B) = B'$ et $r_{I,-120^\circ}(C) = C'$. Est-ce que la rotation $r_{I,-120^\circ}$ admet des points invariants ?

.....