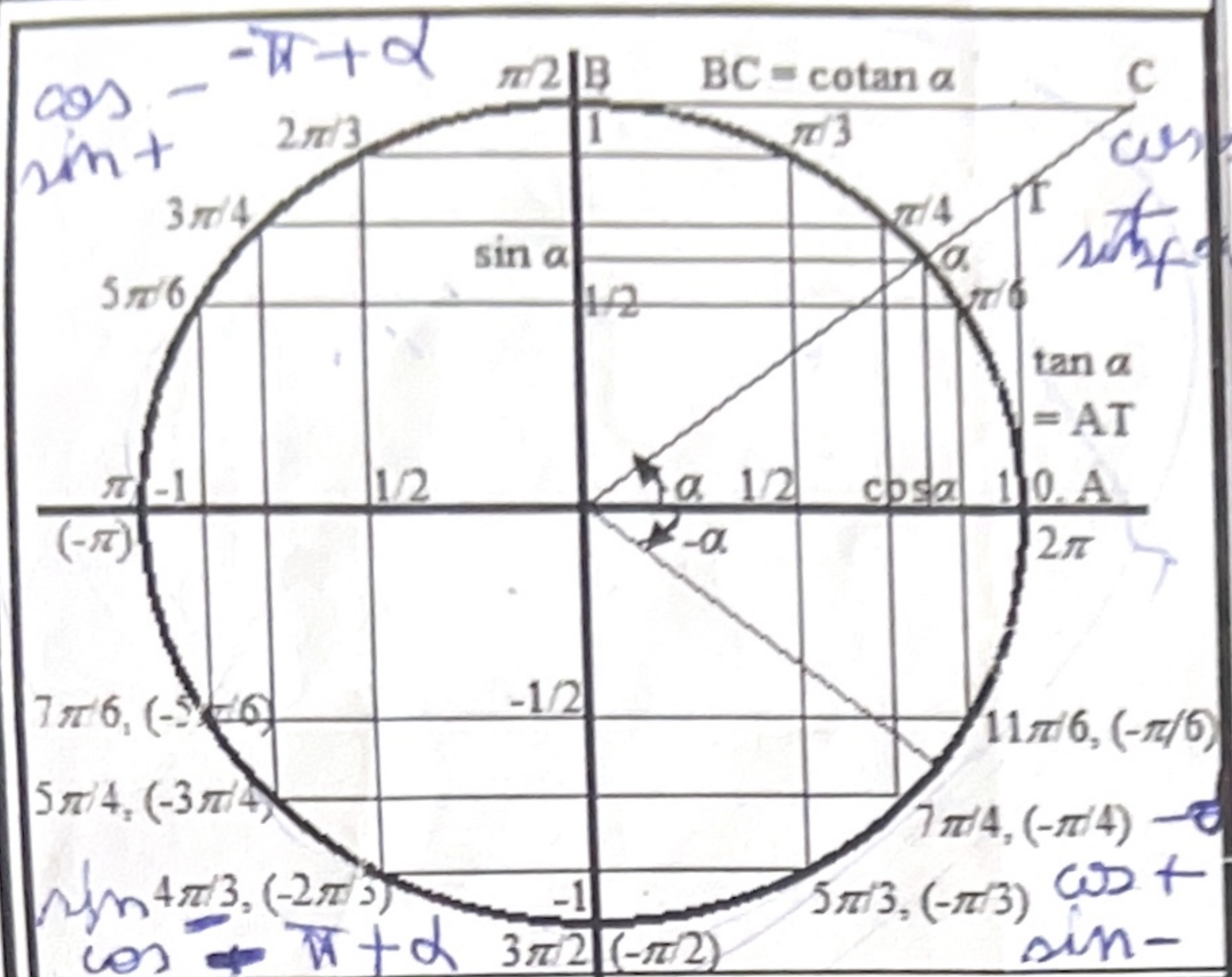


TRIGONOMETRIE



Pour tout réel α ,
 $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$; $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$

α (rds)	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	π
α°	0	30	45	60	90	180
$\sin \alpha$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$		0
$\cotan \alpha$		$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0	

A) Formules d'addition

$$\begin{aligned}\cos(\alpha \pm \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta \\ \sin(\alpha \pm \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ \tan(\alpha \pm \beta) &= (\tan \alpha \pm \tan \beta) \div (1 \mp \tan \alpha \cdot \tan \beta)\end{aligned}$$

B) Formules de duplication

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2\sin^2 \alpha \\ \sin 2\alpha &= 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= (1 - \tan^2 \alpha) \div (1 + \tan^2 \alpha) \\ \sin 2\alpha &= (2 \tan \alpha) \div (1 + \tan^2 \alpha) \\ \tan 2\alpha &= (2 \tan \alpha) \div (1 - \tan^2 \alpha)\end{aligned}$$

En posant $\tan(x/2) = t$, ($x \neq (2k+1)\pi$)
 $\cos x = (1 - t^2) \div (1 + t^2)$; $\sin x = (2t) \div (1 + t^2)$;
 $\tan x = (2t) \div (1 - t^2)$

C) Formules relatives aux angles associés

C₁) Angles opposés

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha ; \sin(-\alpha) = -\sin \alpha ; \tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

C₂) Angles supplémentaires

$$\begin{aligned}\cos(\pi - \alpha) &= -\cos \alpha ; \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha ; \\ \tan(\pi - \alpha) &= -\tan \alpha\end{aligned}$$

C₃) Angles complémentaires

$$\begin{aligned}\cos((\pi/2) - \alpha) &= \sin \alpha ; \sin((\pi/2) - \alpha) = \cos \alpha ; \\ \tan((\pi/2) - \alpha) &= 1/\tan \alpha\end{aligned}$$

C₄) Angles de différence π

$$\begin{aligned}\cos(\pi + \alpha) &= -\cos \alpha ; \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha ; \\ \tan(\pi + \alpha) &= \tan \alpha\end{aligned}$$

C₅) Angles de différence $\pi/2$

$$\begin{aligned}\cos((\pi/2) + \alpha) &= -\sin \alpha ; \sin((\pi/2) + \alpha) = \cos \alpha ; \\ \tan((\pi/2) + \alpha) &= -1/\tan \alpha = -\cotan \alpha\end{aligned}$$

D) Formules de transformation

D₁) de produit en somme : linéarisation

$$\begin{aligned}\cos \alpha \cdot \cos \beta &= (1/2)[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \\ \sin \alpha \cdot \sin \beta &= (1/2)[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] \\ \sin \alpha \cdot \cos \beta &= (1/2)[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]\end{aligned}$$

D₂) de somme en produit : factorisation

$$\begin{aligned}\cos p + \cos q &= 2 \cos[(p+q)/2] \cdot \cos[(p-q)/2] \\ \cos p - \cos q &= -2 \sin[(p+q)/2] \cdot \sin[(p-q)/2] \\ \sin p + \sin q &= 2 \sin[(p+q)/2] \cdot \cos[(p-q)/2] \\ \sin p - \sin q &= 2 \sin[(p-q)/2] \cdot \cos[(p+q)/2]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a \cos \alpha + b \sin \alpha &= \sqrt{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos \alpha + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin \alpha \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} [\cos(\beta - \alpha)] \text{ où } \cos \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ et } \sin \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} [\sin(\beta + \alpha)] \text{ où } \sin \beta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ et } \cos \beta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}\end{aligned}$$

E) Equations trigonométriques

$$\begin{aligned}\cos x &= \cos \alpha \quad | \quad x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = -\alpha + 2k\pi \\ \sin x &= \sin \alpha \quad | \quad x = \alpha + 2k\pi \text{ ou } x = \pi - \alpha + 2k\pi \\ \tan x &= \tan \alpha \quad | \quad x = \alpha + k\pi \quad (\text{avec } k \text{ un entier relatif})\end{aligned}$$

F) Fonctions circulaires

F) Fonctions circulaires									
$f(x) =$	parité	Pério.	$f'(x)$	variati. sur	courbe invariante par			asympt	au voisin. de 0
$\cos x$	paire	2π	$-\sin x$	décroiss. $[0, \pi/2]$	$\bullet S_1$ $l(k\pi + \pi/2, 0)$	$\bullet S_D (D'):$ $x=k\pi$	$\bullet t_{2k\pi}$	-	$\cos x \approx 1-x^2/2$
$\sin x$	impaire	2π	$\cos x$	croiss. sur $[0, \pi/2]$	$\bullet S_D (D): x =$ $(\pi/2) + k\pi$	$\bullet S_1$ $l(k\pi, 0)$	$\bullet t_{2k\pi}$	-	$\sin x \approx x$
$\tan x$ $x \neq \pi/2 + k\pi$	impaire	π	$1/\cos^2 x$	croiss. sur $[0, \pi/2[$	$\bullet S_1$ $l(k\pi, 0)$	-	$\bullet t_{k\pi}$	(D) :	$\tan x \approx x$
$\cotan x$ $x \neq k\pi$	impaire	π	$-1/\sin^2 x$	décroiss. $]0, \pi/2]$	$\bullet S_1$ $l(k\pi + \pi/2, 0)$	-	$\bullet t_{k\pi}$	(D') :	$\cotan x \approx 1/x$

D) Inéquations dans $]-\pi, \pi]$

$f(x)$	$\cos(ax+b)$	$\sin(ax+b)$	$\tan(ax+b)$	$\cotan(ax+b)$	
période	$\frac{2\pi}{ a }$	$\frac{2\pi}{ a }$	$\frac{\pi}{ a }$	$\frac{\pi}{ a }$	$\cos x \leq \cos \alpha \quad \quad x \in]-\pi, -\alpha] \cup [\alpha, \pi]$ $\cos x \geq \cos \alpha \quad \quad x \in [-\alpha, \alpha]$ $\sin x \leq \sin \alpha \quad \quad x \in]-\pi, \alpha] \cup [\pi - \alpha, \pi]$ $\sin x \geq \sin \alpha \quad \quad x \in [\alpha, \pi - \alpha]$
$f'(x)$	$-a \sin(ax+b)$	$a \cos(ax+b)$	$a / \cos^2(ax+b)$	$-a / \sin^2(ax+b)$	