

DEVOIR n° 4 DE MATHEMATIQUES (1S2 - 2H)

Calculatrice interdite - La présentation intervient de manière importante dans l'obtention des points

EXERCICE 1 : (/ 4,5)

Sur le cercle trigonométrique, on construit l'angle

$$(\overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{4} \text{ et } H \text{ tel que } (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO}) = \frac{\pi}{2}$$

a) Montrer à l'aide la relation de Chasles que

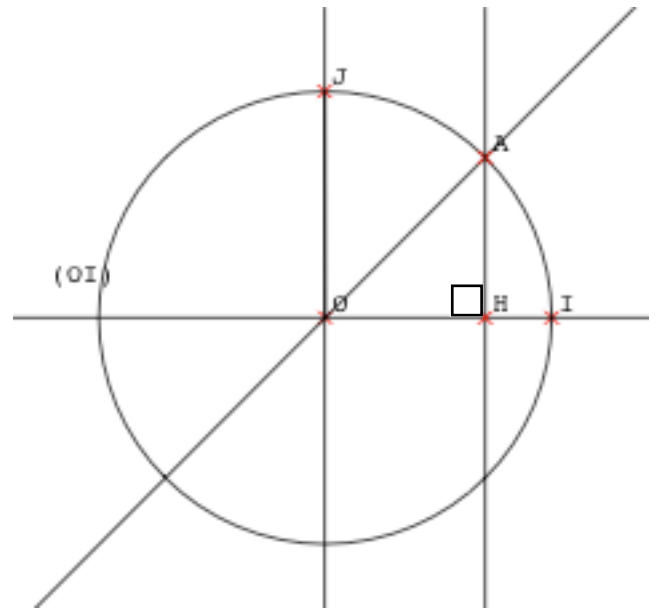
$$(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{HA}, \overrightarrow{HO}) + (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AH}) = \pi + 2k\pi$$

b) En déduire que $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AH}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

c) En déduire la nature du triangle OAH.

d) Calculer les distances AH et OH à l'aide de Pythagore.

e) Quelles valeurs particulières retrouve-t-on ? (le justifier)



EXERCICE 2 : (/ 7,5)

Résoudre dans $]-\pi; +\pi]$ les équations suivantes (on représentera les solutions sur un cercle trigonométrique)

$$\text{a) } \cos(2x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{b) } \sin(3x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{c) } \sin(x) - \cos(2x) = 0$$

EXERCICE 3 : (/ 3)

Donner la mesure principale de $(\vec{u}, \vec{t})$ en justifiant les propriétés utilisées

$$(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, \quad (-4\vec{w}, \vec{v}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad (\vec{w}, -3\vec{t}) = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$$

EXERCICE 4 : (/ 6)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé, et soit A le point de coordonnée (1;0) dans ce repère. On définit le repère polaire de centre O et de pôle A.

1) Placer le point B de coordonnées polaires $(3; -\frac{\pi}{6})$ et calculer ses coordonnées cartésiennes.

2) Placer le point C de coordonnées cartésiennes $(-\sqrt{3}; 1)$ et calculer ses coordonnées polaires.

3) Placer le ou les points D tel(s) que $x=2$ et $\rho=4$ et en calculer les coordonnées polaires et cartésiennes.

EXERCICE 5 : (/ 6)

Parmi les relations suivantes, quelles sont celles qui sont vraies et celles qui sont erronées ?

A l'aide d'un cercle trigonométrique, corriger les formules fausses et illustrer les vraies pour tout α

$$\text{a) } \cos(-\alpha) = -\cos(\alpha) \quad \text{b) } \sin(\pi + \alpha) = -\sin(\alpha) \quad \text{c) } \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin(\alpha)$$

EXERCICE 6 : (/ 3)

Résoudre dans $]-\pi; +\pi]$ l'équation $-2\cos^2(x) - \cos(x) + 1 = 0$ en posant dans un premier temps $X = \cos(x)$.