

DEVOIR N° 4**Epreuve de mathématiques :****Exercice 1 :** (10 pts)

Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{-2x^3 + 17x^2 - 48x + 45}$ (1pt)

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^5 + 7x}{-9x + 7x^2}$ (0,75 pt)

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -7x^5 + 4x^3 + x + 9$ (0,75 pt)

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 7x - 4 + \sqrt{17x^2 - x + 5}$ (0,75 pt)

5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{4x^2 - 5x + 7}{7x^4 + 7x + 34}}$ (0,75 pt)

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} -5x + 2 + \sqrt{25x^2 + x + 7}$ (0,75 pt)

7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + \sin(x)}{-7x}$ (0,75 pt)

8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 7 + \cos(x)}{x^2}$ (0,75 pt)

9) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3} - 2\sin(x)}{\pi - 3x}$ (0,75 pt)

10) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan(2x)(1 - \sin(2x))}{\tan(4x)}$ (1pt)

11) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos(x)}{\sin(x)}$ (1pt)

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x) - \cos(x)}{\sin(5x) + \sin(3x)}$ (1pt)

Exercice 2 : (10 pts)I) On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 4} - 2}{x + 3 - \sqrt{2x^2 - 3x + 9}}, \text{ si } x \neq 0 \\ f(0) = 7m + 4 \end{cases}$$

Déterminer m pour que f soit continue en 0. (2pts)

II) Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ (0,75 pt) 2) $g(x) = \frac{-2x^2 + 7x + 5}{5x + 3}$ (0,75 pt)

3) $h(x) = (-7x^3 + 5x + 7)^4$ (0,75 pt) 4) $k(x) = (9x + 5)^3(-2x + 7)^4$ (0,75 pt)

5) $t(x) = 6x^7 + 9x^6 - 4x + 7$ (0,75 pt)

6) $m(x) = \sin(-5x + 7)$ (0,75 pt)

7) $r(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x-7}}$ (0,75 pt)

8) $w(x) = \frac{6}{(4x-7)^5}$ (0,75 pt)

III) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|}$

1) f est-elle continue en 0 ? (1pt)

2) Peut-on prolonger f par continuité en 0 ? Si oui quel est son prolongement ? (1pt)