

*Lycée Yana Maïga de Gao* (LYMG)**DEVOIR N°2 DE MATHÉMATIQUES**

|                                     |            |                    |           |
|-------------------------------------|------------|--------------------|-----------|
| Classe : 11 <sup>ème</sup> Sciences | 09/03/2018 | Durée : 2 h 30 mns | Coef : 04 |
|-------------------------------------|------------|--------------------|-----------|

Chargé du cours : Abdoulaye Drissa DEMBELE

**Lire attentivement :**

- ☛ Le sujet est composé de trois exercices tous obligatoires. Il comprend deux pages.
- ☛ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
- ☛ L'usage de la calculatrice non programmable est autorisé.

**Exercice 1 :**-----[7 points]A. Résous dans  $\mathbb{R}$  les équations et inéquations suivantes : (3 × 0,75 pts)

$$a) x - 4\sqrt{x} - 5 = 0; \quad b) \sqrt{3x^2 + 2x - 1} > \sqrt{2x^2 + x + 1}; \quad c) E\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = 0$$

B. Soient  $f(x) = 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6$  et  $g(y) = 6y^2 - 35y + 50$ .

1. Montre que si  $u$  est une racine non nul de  $f$  alors  $\frac{1}{u}$  est également racine de  $f$ . (0,5 pt)
2. Vérifie que  $\frac{f(x)}{x^2} = 6\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 35\left(x + \frac{1}{x}\right) + 50$  pour  $x \neq 0$ . (0,75 pt)
3. Déduis que  $f(x) = 0 \Leftrightarrow g(y) = 0$  avec  $y = x + \frac{1}{x}$  pour  $x \neq 0$ . (0,5 pt)
4. Résous dans  $\mathbb{R}$   $g(y) = 0$ . (1 pt)
5. Déduis, dans  $\mathbb{R}$ , l'ensemble des solutions de  $f(x) = 0$ . (2 pts)

**Exercice 2 :**-----[ 6,50 points]A. Trouve deux fonctions polynômes  $f$  et  $g$  du premier degré telles que  $\forall x \in \mathbb{R}$ , on a :

$$x^2 f(x) + (x-1)^2 g(x) = 1. \quad (1 \text{ pt})$$

M. ADD    \*Rapidité et efficacité feront la différence !!!\*

**B.** On considère la fonction polynôme  $P$  définie par  $P(x) = 20x^3 - 5x^2 - 3x + 2$ .

1. En admettant que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les zéros de  $P$ , donne la factorisation de  $P(x)$ . Précise l'ordre de multiplicité de chacune de ces racines. (0,50 pt)
2. Donne alors la nouvelle écriture de  $P(x)$ , ordonnée selon les puissances décroissantes de  $x$  dont les coefficients dépendent de  $a$ ,  $b$  et  $c$ . (0,75 pt)
3. Sans calculer les solutions  $a$ ,  $b$  et  $c$ , détermine :  
 $a + b + c$  ;  $ab + ac + bc$  et  $abc$ . (0,75 pt)
4. Des résultats précédents, déduis le système suivant : 
$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = \frac{29}{80} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{2} \end{cases} \quad (1 \text{ pt})$$

**C.**  $h$  est une fonction polynôme du second degré.

1. Détermine  $h(t)$  sachant que  $\forall t \in \mathbb{R} ; h(t+1) - h(t) = t$ . (1 pts)
2. Déduis en que  $\forall n \in \mathbb{N}^* ; 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-2) + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$ .  
(1 pt)
3. Déduit alors  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 10003$ . (0,50 pt)

**Exercice 3 :-----[6,50 points]**

On considère le polynôme  $f_m(x) = (2m+1)x^2 + mx + 1$

1. Pour quelles valeurs de  $m$ ,  $f_m(x)$  est du second degré ? (0,50 pt)
2. Détermine  $m$  pour que  $-1$  soit solution de l'équation  $f_m(x) = 0$ . trouve alors l'autre solution. (0,75 pt)
3. Détermine les valeurs de  $m$  pour lesquelles l'équation  $f_m(x) = 0$  admet :
  - a. une solution double. (0,75 pt)
  - b. deux (2) solutions de signe contraire. (0,75 pt)
  - c. deux (2) solutions toutes positives. (0,75 pt)
4. On suppose que l'équation  $f_m(x) = 0$  admet deux solutions réelles  $x'$  et  $x''$ .
  - a. Trouve entre les racines  $x'$  et  $x''$  une relation indépendante de  $m$ . (1 pt)
  - b. Calcule, en fonction de  $m$ , le nombre réel  $A(m) = \frac{1}{x'-1} + \frac{1}{x''-1}$ . (1 pt)
  - c. Résous alors les équations :

$c_1) A(m) = 1 ; (0,50 \text{ pt})$

$c_2) A(m) = 2. (0,50 \text{ pt})$