

Lycée Privé MAFA(L.MAFA)

Devoir de Mathématiques			
Classe : 11^{ème} Sc	Novembre 2019	Durée : 2 heures 30 min	Coef : 04

Questions de cours :.....(5Pts)

1) Définis les mots ou expressions suivants :

Application, fonction, application bijective, fonction rationnelle.

2) Répondez les affirmations suivantes par Vraie (V) ou Fausse (F) puis corrigez celles qui sont fausses :

- a) Une application de A vers B est dite surjective si et seulement si tout élément de B possède au plus un antécédent dans A.
- b) Toutes les fonctions polynômes ne sont pas définies sur $\mathbb{R}$.
- c) $Dgof = \{x \in \mathbb{R}, x \in Df \text{ et } f(x) \in Df\}$

Exercice1 :(7Pts)

I) Soit $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto f(x) = \frac{4+x^2}{2}$$

1) Déterminer l'image directe par f des sous-ensembles de $\mathbb{R}$ suivants :

$$A = \mathbb{R}^+ ; B = [2; 6]; C = \{ 0 ; 2 ; 6 \}.$$

2) Déterminer l'image réciproque par f de :

$$P = [2 ; 10]; \quad K =] 3 ; 4 [; \quad J = \{ 0 \}; \quad I = \{ 6 \}$$

3) l'application f est-elle bijective ? si oui déterminer sa bijection réciproque.

II) Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x + |x-2| + 3$.

- 1) Écrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue.
- 2) Donner la restriction g de f à l'intervalle $[2 ; +\infty[$

Exercice 2 :.....(8Pts)

I) On considère la fonction polynôme P définie par $P(t) = t^3 - 15t + 12$.

1. En admettant que u , v et w sont les zéros de P , donne la factorisation de $P(t)$.

Précise l'ordre de multiplicité de chacune de ces racines.

2. Donne alors la nouvelle écriture de $P(t)$, ordonnée selon les puissances décroissantes de t dont les coefficients dépendent de u , v et w .

3. Montre que
$$\begin{cases} u+v+w=0 \\ uv+uw+vw=-15 \\ uvw=-12 \end{cases}$$

4. Des résultats précédents, déduis le système suivant : $\begin{cases} u^2 + v^2 + w^2 = 30 \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{w} = \frac{5}{4} \end{cases}$.

II) On considère la fonction g définie par $\forall x \in \mathbb{R}; g(x) = \left(\frac{x^2 - x}{2}\right)\left(\frac{2x - 1}{3}\right)$.

1) Prouve que $\forall x \in \mathbb{R} : g(x+1) - g(x) = x^2$.

2) Déduis en que $\forall n \in \mathbb{N}^*; 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

« Qui cherche, trouve » Bonne Chance !!!!!