

Exercice1 (3pts)

Répondre les affirmations suivantes par vrai et corriger celles qui sont fausses :

a) Une application de A vers B est dite injective si et seulement si tout élément de A possède au plus un antécédent.

b) Toute bijection n'est pas à la fois injective et surjective.

c) $Dg \circ f = \{x/x \in \mathbb{R}, x \in Dg \text{ et } f(x) \in Dg\}$

Exercice 2 (7pts)

1) Soient les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ et $g(x) = \sqrt{3x-1}$

a) Détermine Df ; Dg ; $Dg \circ f$; $Df \circ g$

b) Calculer $g \circ f\left(\frac{1}{2}\right)$; $f \circ g(2)$; $g \circ f(x)$; $f \circ g(x)$

c) Déterminer deux réels a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{1-x}$

2) On pose $A = Df$, précise l'ensemble $B = f(A)$

a) Démontrer que la fonction

$$h: A \rightarrow B$$

$$x \mapsto f(x) \text{ est bijective}$$

b) Déterminer l'expression de sa bijection réciproque

c) Trouve $h([2; 3])$; $h^{-1}([-1; 2])$; $h^{-1}(\{0, -1, 2\})$

Exercice 3 (10pts)

1) Soit la fonction g définie par :

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \frac{|2x-5| - |x+2|}{|x-5| - 3}$$

a) Déterminer le domaine de définition de g

b) Ecris g sans le symbole de la valeur absolue

c) Déterminer la restriction de g à : $] - \infty, -2[$ et $]1, 5[$

2) Soit P la fonction polynôme définie par : $P(x) = x^5 - 7x^4 + 19x^3 - 25x^2 + 16x - 4$

a) Déterminer le degré de P ; le coefficient dominant de P et la nature du polynôme.

b) Montrer que 1 est un zéro triplet de P. Trouver tous les autres zéros de P et leur ordre de multiplicité.

3) Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x+4}} ; g(x) = \frac{\sqrt{x+4}}{x-2} ; h(x) = \frac{7x^2-x+1}{\sqrt{-x+5}} ; p(x) = \sqrt{|x|-3} ; q(x) = \sqrt{x^2+3x-4} ; g(x) = \frac{1}{2-|x-3|}$$