



Sekouba K Coulibaly

2ème Tri-DEVOIR SURVEILLE - MATHEMATIQUES : 11ème S - DUREE : 03HEURE-02/03/2022

Questions de cours :

A partir de la formule $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$, démontrer toutes les formules qui en découlent, c'est-à-dire :

1. Les formules d'additions : $\cos(a+b)$; $\sin(a+b)$; $\sin(a-b)$; $\tan(a+b)$ et $\tan(a-b)$.
2. Les formules de duplications : $\sin(2a)$ et les trois formules de $\cos(2a)$.
3. Les formules de linéarisation : $\cos^2(a)$ et $\sin^2(a)$ en fonction de $\cos(2a)$.
4. En posant $p = a + b$ et $q = a - b$ dans les formules d'additions calculer :
 - i) $\cos(p) + \cos(q)$
 - ii) $\sin(p) + \sin(q)$

Exercice 1 :

1. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(\pi + x) + \cos(\pi - x) + \cos(-x)$$

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

2. Trouver la mesure principale des angles suivants :

a. $\frac{5\pi}{3}$; $-\frac{108\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{6}$; $-\frac{39\pi}{4}$

- b. En déduire leurs cosinus et leurs sinus.

3. Soit A, B, C les mesures des angles d'un triangle

Démontrer que : a) $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$

b) $\tan\left(\frac{B+C}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{A}{2}\right)}$

4. Démontrer l'égalité : $\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right) = 0$

Exercice 2 : On considère l'expression réelle

$$E(x) = 2(\sin x)(\tan x) + 4\cos x$$

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 5x + 2 = 0$

b. Montrer que pour tout $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $E(x) = \frac{2\cos^2 x + 2}{\cos x}$

c. Résoudre dans $] -\pi, \pi]$ l'équation : $E(x) = 5$

d. Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 3 :

1. Vérifier que $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

2. Résoudre l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

3. Résoudre l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$

4. Déduire de la question 1.)

a. La résolution de l'équation : $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

b. Représenter sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'équation précédente.

5. Factoriser : $\cos x + \sqrt{3} \sin x$