

Epreuve de Mathématiques :

Série : 11 S

Durée : 3 heures

Exercice 1 (5pts)On donne la fonction f définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{5x+7}{4-x}$$

1 – Trouve A l'ensemble de définition de f (0,75pt)2- Trouve B l'image de A par f (0,75 pt)3-soit l'application $g : A \rightarrow B$

$$x \mapsto \frac{5x+7}{4-x}$$

a) Montre que g est bijective. (0,75 pt)b) Trouve g^{-1} (0,75pt)c) Trouve l'image par g de $[-9;17[$ (1pt)d) Trouve l'image réciproque par g de $[-6;19]$ (1pt)**Exercice 2** : (3 pts)On donne les applications f et g définies par

$$f : P \rightarrow P \quad M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \quad \text{tel que} \quad \begin{cases} x' = 21x - 4y \\ y' = -x + 7y \end{cases},$$

$$g : P \rightarrow P \quad M(x, y) \rightarrow M'(x', y') \quad \text{tel que} \quad \begin{cases} x' = 13x - 4y \\ y' = -39x + 12y \end{cases}$$

1-Les applications f et g sont-elles injectives ? Justifiez vos réponses. (1pt)2-Les applications f et g sont-elles surjectives ? Justifiez vos réponses. (1pt)3-Déduis-en la bijection des applications f et g . (1pt)**Problème** : (11 pts) les parties A, B, C ; D et E sont indépendanteA) On donne le polynôme h_m définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $h_m(x) = (-m+1)x^2 + 3(2-m)x + m+5$ avec m le paramètre réel.1-Détermine l'ensemble de définition de h_m (0,75pt)2-Trouve l'ensemble de définition de h_3 (0,75pt)3-Trouve trois nombres réels a, α et β tels que $h_3(x) = a(x+\alpha)^2 + \beta$ (0,75pt)4- h_3 est elle injective ?, surjective ?, bijective ? Justifiez vos résultats. (0,75pt)5-Trouve les images par h_3 de : 2 ; 0 ; $I = [-7; 5]$ (1pt)6-Trouve les images réciproques par h_3 de : 8 ; 20 ; $J = [-5; -1]$ (1pt)7-Trace (C_{h_3}) sur $[-2; 1]$ unité graphique 1cm. (0,5pt)8-Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $h_0(x) = 0$. h_0 peut-elle être bijective ? Pourquoi ? (0,5 pt)B) On donne l'application t définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $t(x) = \frac{-2x^2 + 32x - 23}{x^2 - 16x + 64}$

1-Trouve D_t (0,5 pt)

2-Trouve l'image directe de $E=[4;15]$ par t (1pt)

C)Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$r: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{7x+92}{E(-4x+1)-3} \quad x \mapsto \frac{x+\sqrt{-x^2+7x-6}}{E(x)-2} \quad x \mapsto \frac{x+\sqrt{-x+9}}{E(x)+7x} \quad (1,5 \text{ pts})$$

D)Soient les fonctions f ; g et h définies par

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{7x+9}{x-3}$$

$$x \mapsto 5x+1$$

$$x \mapsto \sqrt{17-x}$$

1-Trouve D_f ; D_g ; D_h ; $D_{f \circ g}$; $D_{g \circ f}$; $D_{g \circ h}$; $D_{h \circ g}$; $D_{f \circ h}$ et $D_{h \circ f}$. (1 pt)

2-Détermine les expressions de : $f \circ g(x)$, $g \circ f(x)$ et $h \circ f(x)$ (0,75 pt)

3 -Décompose h en composée de deux fonctions que l'on précisera. (0,25 pt)

E)Soient les fonctions : f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{-x^2+7x-6}$ et g définie de

$[1;6]$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = \sqrt{-x^2+7x-6}$

1-Ecris $f(x)$ sans la valeur absolue. (0,5 pt)

2-Que représente f pour g ? et g pour f ? (0,25 pt)