

Exercice 1 (6 points)

1. Une entreprise a 200 salariés en 2020. Chaque année, 10% des salariés quittent l'entreprise et elle embauche 30 salariés.

On note (U_n) , la suite correspondant au nombre de salariés dans l'entreprise en $(2020 + n)$

- a. Détermine le nombre de salariés de l'entreprise en 2021 ? en 2022 ?
- b. Pour tout entier naturel n , exprime U_{n+1} en fonction de U_n .

2. Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} = \frac{7U_n}{2U_n+1} \end{cases}.$$

Montre que (U_n) est minorée par 1 et majorée par 3. (Par récurrence)

Exercice 2 : (6 points)

1. Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points

$A(0 ; 5)$ et $B(3 ; 2)$.

- a. Détermine les coordonnées du point $G = \text{Bar} \langle (A ; 1) . (B ; 2) \rangle$.

- b. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tel que

$$\|\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = 6.$$

2. ABC est un triangle. On donne $G = \text{Bar} \langle (A ; 2) . (B ; 1) , (C ; 1) \rangle$.

- a. Soit I le milieu de $[BC]$. Montre que $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$.

- b. En deduis que G est le barycentre de A et I munis des coefficients que l'on précisera.

- c. Construis alors les points G et I .

Exercice 3 : (8 points)

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 \end{cases}.$$

1. Calcule U_1 et U_2 .

2. On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = U_n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- a. Calcule $V_0 ; V_1$ et V_2 .

- b. Montre que la suite (V_n) est une suite géométrique et précise le premier terme et la raison.

- c. Exprime V_n puis U_n en fonction de n .

- d. Calcule les sommes $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ puis $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

3. Calcule la limite de la suite (U_n) .