

Classe : 11 SCIENCES

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (7 points)

1. Détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{2x-5}{\sqrt{x^2-1}} ; b) f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{|x-4|-2} ; c) f(x) = \frac{x^2+x}{E(x)+1} ; d) f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} .$$

2. On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ et $g(x) = \sqrt{x+3}$.a. Détermine le domaine de définition des fonctions f ; g ; $g \circ f$ et $f \circ g$.b. Calcule $g \circ f(3)$; $f \circ g(-2)$; $g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$.3. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{|x^2-5x-6|}{x-3}$.Trouve la restriction de f à chacun des intervalles : $]-\infty ; -1]$; $[-1 ; 3[$ et $[6 ; +\infty[$.**Exercice 2 : (8 points)**1. Soit f l'application définie par : $f : [2 ; +\infty[\rightarrow [-1 ; +\infty[$

$$x \mapsto x^2 - 4x + 3 .$$
a. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[, f(x) = (x-2)^2 - 1$.b. Démontre que l'application f est injective.c. L'application f est-elle surjective ? bijective ? Justifie.d. Calcule $f([2 ; 5])$ et $f^{-1}([-1 ; 0])$.e. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[; f(x) \leq -1$.2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.a. f est-elle injective ? surjective ?b. Montre que $f(\mathbb{R}) = [-1 ; 1]$.c. Montre que la restriction $g : [-1 ; 1] \rightarrow [-1 ; 1] , g(x) = f(x)$ est une bijection.**Exercice 3 : (5 points)**1. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 6x^3 - 13x^2 + x + 2$.a. Vérifie que 2 est une racine de P .b. Détermine les réels a ; b et c tels que :

$$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) .$$

c. Détermine toutes les racines de P dans $\mathbb{R}$.

2. Factorise les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x-3)^2 - (x+4)^2 ; B(x) = x^2 + x + \frac{1}{4} - 3x(2x+1) ; C(x) = x^2 - 2x - (x+3)(x^2-4)$$

$$a \left[\left(x + \frac{b}{a} \right)^2 - \frac{\Delta}{a^2} \right]$$