

Classe : 11 SCIENCES

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (7 points)

1. Détermine le domaine de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{2x-5}{\sqrt{x^2-1}} ; b) f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{|x-4|-2} ; c) f(x) = \frac{x^2+x}{E(x)+1} ; d) f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} .$$

2. On considère les fonctions f et g définies par : $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ et $g(x) = \sqrt{x+3}$.a. Détermine le domaine de définition des fonctions f ; g ; $g \circ f$ et $f \circ g$.b. Calcule $g \circ f(3)$; $f \circ g(-2)$; $g \circ f(x)$ et $f \circ g(x)$.3. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{|x^2-5x-6|}{x-3}$.Trouve la restriction de f à chacun des intervalles : $]-\infty ; -1]$; $[-1 ; 3[$ et $[6 ; +\infty[$.**Exercice 2 : (8 points)**1. Soit f l'application définie par : $f : [2 ; +\infty[\rightarrow [-1 ; +\infty[$

$$x \mapsto x^2 - 4x + 3 .$$
a. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[, f(x) = (x-2)^2 - 1$.b. Démontre que l'application f est injective.c. L'application f est-elle surjective ? bijective ? Justifie.d. Calcule $f([2 ; 5])$ et $f^{-1}([-1 ; 0])$.e. Démontre que $\forall x \in [2 ; +\infty[; f(x) \leq -1$.2. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$.a. f est-elle injective ? surjective ?b. Montre que $f(\mathbb{R}) = [-1 ; 1]$.c. Montre que la restriction $g : [-1 ; 1] \rightarrow [-1 ; 1] , g(x) = f(x)$ est une bijection.**Exercice 3 : (5 points)**1. On considère le polynôme P défini par : $P(x) = 6x^3 - 13x^2 + x + 2$.a. Vérifie que 2 est une racine de P .b. Détermine les réels a ; b et c tels que :

$$P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c) .$$

c. Détermine toutes les racines de P dans $\mathbb{R}$.

2. Factorise les expressions suivantes :

$$A(x) = (2x-3)^2 - (x+4)^2 ; B(x) = x^2 + x + \frac{1}{4} - 3x(2x+1) ; C(x) = x^2 - 2x - (x+3)(x^2-4)$$

$$a \left[\left(x + \frac{b}{a} \right)^2 - \frac{\Delta}{a^2} \right]$$

DEVOIR SUR VEILLE

Exercice 1°

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par:
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 4 \end{cases}$$

1°) Calculer U_1, U_2, U_3 2°) Soit la suite définie par: $V_n = U_n - 8$

a) Démontrer que (V_n) est une suite géométrique

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c) En déduire la limite de la suite (V_n) puis de la suite (U_n) .

d) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

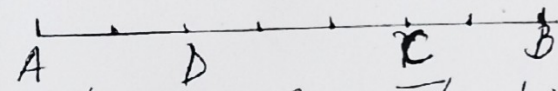
Exercice 2°

Soit $f(x) = -x + 1 + \frac{2}{-x+1}$

1°) Etudier les variations de f . 2°) Montrer que la droite (D): $y = -x + 1$ est une asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$. 3°) Démontrer que le point $A(\frac{1}{2})$ est un centre de symétrie à $(\mathcal{C}_f)$. 4°) Construire $(\mathcal{C}_f)$; (D) dans le repère $(O; i; j)$.

Exercice 3

1°) Soit $G = \text{car } \begin{bmatrix} A & B & C \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ construire G .

2°)  Compléter: a) $\overrightarrow{AD} = \dots \overrightarrow{AB}$ b) $\overrightarrow{DC} = \dots \overrightarrow{BC}$

3°) Calculer A_8^3 ; C_8^3 ; $8!$

b) Résoudre dans $\mathbb{N}$: a) $A_n^2 = 30$ et $C_n^2 = 28$



COMPOSITION DU 2^{ème} TRIMESTRE- EPREUVE- MATHS : 11^{ème}S-DUREE : 3H-16/03/2015

Exercice 1 : 6 points

1.
 - a. Trouver quatre autres mesures de l'angle orienté dont la mesure principale est $\frac{\pi}{3}$.
 - b. Trouver quatre autres mesures de l'angle orienté dont la mesure principale est $-\frac{\pi}{6}$.
2. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté ($\hat{\alpha}$) dont on donne une mesure en radians : $\frac{43\pi}{7}$; $\frac{68\pi}{7}$; $\frac{-83\pi}{11}$; 35π
3. Déterminer la mesure principale de l'angle orienté ($\hat{\beta}$) dont on donne une mesure en degrés : -31515° ; 1515° ; 785° ; -3635° .

Exercice 2 : 4 points

1. Calculer les valeurs exactes des cosinus, sinus et tangente des nombres réels suivants : $\frac{25\pi}{3}$; -5820° ; 1467gr .
2. Démontrer que pour tout réel x on a :
 - a. $\cos x + \cos(x + \frac{2\pi}{3}) + \cos(x + \frac{4\pi}{3}) = 0$
 - b. $\sin x + \sin(x + \frac{2\pi}{3}) + \sin(x + \frac{4\pi}{3}) = 0$
3. Ecrire plus simplement les expressions suivantes :
 - a. $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$
 - b. $\cos^4 x + \sin^2 x \cos^2 x - \cos^2 x$

Exercice 3 : 5 points

1. Trouver une autre écriture de $\sin(x + 4x)$. En déduire que : $\sin 5x = 16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x$.
2. Démontrer que $\frac{\pi}{5}$ est une solution de l'équation : $16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x = 0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $16\sin^5 x - 20\sin^3 x + 5\sin x = 0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $16x^5 - 20x^3 + 5x = 0$
5. Sachant que $0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{4}$, en déduire la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{5}$.

Exercice 4 : 5 points

1. Calculer les trois premiers termes de chacune des suites : $U_n = n^2 + 2n$; $U_n = \cos \frac{\pi n}{2}$;
 $U_n = \cos \frac{5n^2 - n + 2}{n(n-1)}$; $U_n = n^2 + 2\sqrt{n-36}$.
2. Soit la suite définie par $U_n = \frac{2n^2 + n + 2}{n^2 + 1}$ pour $n \geq 1$
 - a. Calculer U_1 , U_2 , U_3 .
 - b. Justifier que pour tout $n \geq 1$, $U_n > 0$.
 - c. La suite (U_n) est-elle minorée par 2 ? Justifier votre réponse.
 - d. La suite (U_n) est-elle décroissante ? Justifier votre réponse.
 - e. En déduire que (U_n) est convergente et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$

Exercice 1 : (6 points)

1. Une entreprise a 200 salariés en 2020. Chaque année, 10% des salariés quittent l'entreprise et elle embauche 30 salariés.

On note (U_n) , la suite correspondante au nombre de salariés dans l'entreprise en $(2020 + n)$.

- a. Détermine le nombre de salariés de l'entreprise en 2021 ? en 2022 ?
- b. Pour tout entier naturel n , exprime U_{n+1} en fonction de U_n .

2. Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} ; U_{n+1} = \frac{7U_n}{2U_n + 1} \end{cases}$$

Montre que (U_n) est minorée par 1 et majorée par 3. (Par récurrence)

Exercice 2 : (6 points)

1. Dans le plan (P) rapporté à un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On donne les points $A(0; 5)$ et $B(3; 2)$.

- a. Détermine les coordonnées du point $G = \text{Bar}((A; 1), (B; 2))$.
- b. Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tel que

$$\|\vec{MA}\| + 2\|\vec{MB}\| = 6.$$

2. ABC est un triangle. On donne $G = \text{Bar}((A; 2), (B; 1), (C; 1))$.

- a. Soit I le milieu de $[BC]$. Montre que $\vec{GB} + \vec{GC} = 2\vec{GI}$.

- b. En déduis que G est le barycentre de A et I munis des coefficients que l'on précisera.

- c. Construis alors les points G et I .

Exercice 3 : (8 points)

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n + 1 \end{cases}$$

1. Calcule U_1 et U_2 .

2. On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = U_n + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- a. Calcule V_0 ; V_1 et V_2 .

- b. Montre que la suite (V_n) est une suite géométrique et précise le premier terme et la raison.

- c. Exprime V_n puis U_n en fonction de n .

- d. Calcule les sommes $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ puis $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

3. Calcule la limite de la suite (U_n) .

COMPOSITION DU 3^{ème} TRIMESTRE- EPREUVE DE MATHÉMATIQUES: 11^{ème}S-DUREE : 3H-26/05/2015**Exercice I : 6 points**

1. Énoncer la propriété qui permet d'affirmer que chacune des fonctions f , g et h est continue en a .

$$f: x \rightarrow x^2 + x, a = -2; \quad g: x \rightarrow \frac{1}{x}, a = 1; \quad h: x \rightarrow \frac{x+1}{x-1}, a = 2$$

2. Dans chacun des cas suivants, f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par son expression explicite. À l'aide du taux de variation de f , étudier les dérivabilités de f en a .

$$f: x \rightarrow -2x + 7, a = 1; \quad f: x \rightarrow 3x^2 + 5, a = -3; \quad f: x \rightarrow \frac{x^2}{x+1}, a = -2$$

Exercice II : 7 points

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \mapsto 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 2}; \quad \lim_{x \mapsto \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x}; \quad \lim_{x \mapsto 0} \frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\sin x}$$

2. On donne la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$\begin{cases} \text{pour } x < 0, f(x) = \frac{2x-3}{x^2+2} \\ \text{pour } x > 0, f(x) = \frac{x^2+x+3}{x^2+5x-2} \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Calculer la limite à gauche et la limite à droite en 0 de f . La fonction f admet-elle une limite en 0 ?

3. Dans chacun des cas suivants f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Calculer la fonction dérivée f' de f .

$$f: x \mapsto \frac{x^2-3}{5x^2-x-1}; \quad f: x \mapsto \frac{3x(x^2+4)}{(x-5)^4}; \quad f: x \mapsto x^4(x^3+4x-3)^3$$

Problème : 7 points

- Déterminer les nombres réels a , b , c pour que la courbe d'équation $y = ax^2 + bx + c$:
 - passe par $A\left(-\frac{1}{3}, 0\right)$, ait un sommet d'abscisse -1 ;
 - admette au point d'abscisse 1, une tangente de coefficient directeur 4.
- On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 2x - 3$ et $g(x) = 1 - x^2$.
 - Compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							
g(x)							

- Construire dans un même repère orthonormé les courbes (C_f) et (C_g) .
- Déterminer les coordonnées des points d'intersections de (C_f) et (C_g) . Donner une équation de la droite (BD) .
- Étudier graphiquement le signe du polynôme $p(x) = x^2 + 2x - 3 - (1 - x^2)$

1^{er} Tri-DEVOIR SURVEILLE - MATHEMATIQUES : 11^{ème} S - DUREE : 03HEURES-04/12/2024Exercice 1 :

1. Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = -3 + 5x$

b) $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}}$

c) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{5x}{x^2 - 7x + 6}$

c) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{5x}{x^2 - 7x + 6}$

d) $f(x) = \sqrt{(x-2)(-2x+5)}$

e) $f(x) = \sqrt{|x-3| - 2}$

;

f) $f(x) = \frac{5x-2}{|3x+4| - 3|2x+2|}$

2.

a. Trouver l'ensemble A pour que la fonction f soit une application : $f: A \rightarrow \mathbb{R}$

$$X \rightarrow \frac{\sqrt{x^2 - 7x + 6}}{x - 4}$$

3. Déterminer l'ensemble B pour que l'application f soit une bijection : $f: [-2; +\infty[\rightarrow B$

$$x \rightarrow \sqrt{x+2}$$

Exercice 2 :

1. Les applications suivantes sont-elles injectives ? Surjectives ? Bijectives ?

$$f:]1; +\infty[\rightarrow]0; +\infty[;$$

$$X \rightarrow \frac{2}{\sqrt{x-1}}$$

$$g: \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R};$$

$$x \rightarrow \frac{x}{x-1}$$

$$h: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{3\};$$

$$x \rightarrow \frac{3x-1}{x}$$

2. L'application f définie par : $f: \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ est-elle bijective ?

$$X \rightarrow \frac{3-x}{2x-1}$$

Si oui, déterminer f^{-1} ; calcule $f \circ f^{-1}(x)$ et $f^{-1} \circ f(x)$.Exercice 3 :1. Soit $f: [0; 2] \rightarrow [1; 5]$. Montrer que f est bijective ; déterminer $x \rightarrow x^2 + 1$ f^{-1} 2. Construire f et f^{-1} dans le repère orthonormé $[0,1,1]$

3.

a. Déterminer l'image par f des ensembles : $A: \left\{0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right\}$; $B: \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ b. Déterminer l'image réciproque par f des ensembles $C = \{1; 2; 4\}$; $D = [2; 5]$

**DEVOIR SURVEILLE : MATHEMATIQUES – 11^{ème} Sciences -DUREE : 3HEURES/25/02/2015****Présentation : 2 points****EXERCICE I : (6 points)**

1.

- Ecrire $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$.
- En déduire $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$.
- En déduire que $\tan 3x = \tan x \frac{3 - \tan^2 x}{1 - 3\tan^2 x}$.

2.

a. Calculer $A = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$; $B = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12}$.

b. En déduire que $\sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{5\pi}{12} = \cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{5\pi}{12} = \frac{1}{4}$

3. Démontrer que $\sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24} \sin \frac{7\pi}{24} \sin \frac{11\pi}{24} = 1$

EXERCICE II : (6 points)

1. Soit x, y deux nombres réels de l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ tels que : $\cos x = \frac{3}{5}$ et $\cos y = \frac{1}{3}$
calculer $\sin (2x-y)$.

2. Soit x un nombre réel non multiple de $\frac{\pi}{2}$, démontrez que $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$.

3. Démontrez que pour tout x l'intervalle $[0 ; \frac{\pi}{2}]$ on a : $\sqrt{1 + \sin 4x} = \sin 2x + \cos 2x$.

4. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; 2\pi]$ l'équation : $\sin 3x = \cos x$ puis représenter les points images des solutions sur le cercle géométrique.

EXERCICE III : (6 points)

1.

- Vérifier que : $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.
- En déduire l'ensemble solution de l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.

2.

Déduire de la question 1. b., la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation
 $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

3.

- Déduire de la question 1.c, les solutions dans $[0 ; 2\pi]$ de l'inéquation
 $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.
- Représenter sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'inéquation précédente.

Exercice 1 : (5 points)

1. Détermine l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$; b) $f(x) = \frac{2 \sin x}{2 \cos x - 1}$; c) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3}}{\sqrt{x+4}}$.

2. Calcule les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x)$; b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{3x+7}-1}{x+2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$.

3. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2-x-6}{|x+2|}$; si $x \neq -2$ et $f(-2) = -5$.a. Détermine l'ensemble de définition de f .b. Étudie la continuité de f en $x_0 = -2$.

Exercice 2 : (4 points)

1. Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2+x-12}{x-3} ; \text{ si } x \neq 3 \text{ et } f(3) = m.$$

Détermine le réel m pour que f soit continue en $x_0 = 3$.2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$.a. Détermine l'ensemble de définition de f .b. Montre que la fonction f est dérivable en $x_0 = -2$.

Problème : (11 points)

Partie A :

1. Vérifie que $\sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 1 + \sqrt{2}$.2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.3. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0$.4. a. Dédus de la question 1.) la résolution dans $[0; 2\pi]$ de l'équation :

$$2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$

b. Représente sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'équation précédente.

5. a. Dédus de la question 3.) les solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'inéquation : $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0$.

b. Représente sur le cercle trigonométrique les images solutions de l'inéquation précédente.

Partie B :

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+3x+2}$.1. Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .2. Calcule $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, f est-elle continue en x_0 ?3. Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x) = f(x) ; & \text{si } x \neq -1. \\ f(-1) = 3 \end{cases}$ a. Détermine D_f .b. Étudie la continuité de la fonction f en $x_0 = -1$. La fonction f s'appelle un prolongement par continuité de la fonction f en -1 .4. Peut-on prolonger f par continuité en -2 ?