

COMPOSITION DE LA TROISIEME PERIODE

2023 / 2024

L.S.K

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Classe : 11^e SCIENCES

COEF : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (6 points)

1. (U_n) est la suite définie par $U_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n}$.
 - a. Calcule U_1 et U_2 .
 - b. Pour tout entier naturel n , on pose $V_n = \frac{1}{U_n}$. Calcule V_0 , V_1 et V_2 .
 - c. Montre que la suite (V_n) est arithmétique.
 - d. Exprime V_n et U_n en fonction de n .
2. On donne les points $A(1; 2)$, $B(-3; 4)$ et $C(-2; 5)$.
 - a. Place les points A , B et C .
 - b. Détermine les coordonnées du barycentre $G = \text{Bar}((A; 3), (B; 2), (C; -4))$.
 - c. Montre que les points O , B et G ne pas alignés

Exercice 2 : (4 points)

Construis un triangle ABC tel que $AB = 6 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$
 puis place le point G barycentre de $(A; 1)$, $(B; 2)$ et $(C; 1)$

1. Détermine et représente l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = AC$.
2. Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|\vec{BA} + \vec{BC}\|$.
 - a. Montre que $B \in (E)$.
 - b. Détermine et représente l'ensemble (E) .
3. Construis le point H barycentre de $(A; 3)$ et $(C; 1)$.
 Construis l'ensemble des points M du plan tels que :
 $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + \vec{MC}\| = \|3\vec{MA} + \vec{MC}\|$.

Problème : (10 points)Partie A

Au 1^{er} Janvier 2018, une entreprise compte 4000 employés. Une étude montre que d'une année sur l'autre, 10% de l'effectif part à la retraite. Pour tenter de compenser la perte, l'entreprise embauche 200 jeunes chaque année. Pour

2021

tout entier n , on appelle U_n le nombre d'employés de l'année $(2018 + n)$.
On a donc $U_0 = 4000$.

1. Calcule U_1 et U_2 .
2. a) Montre que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = 0,9U_n + 200$.
b) Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ?
3. a) On pose $V_n = U_n - 2000$. Calcule V_0 ; V_1 et V_2 .
b) Montre que la suite (V_n) est géométrique de raison $q = 0,9$.
c) En déduis V_n puis U_n en fonction de n .
d) En déduis quel sera l'effectif de l'entreprise au 1^{er} Janvier de l'année 2025 ?
- 4) Détermine la limite de la suite (U_n) . Interprète le résultat trouvé.

Partie B :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{4x^2 + 2x - 2}$.

1. Détermine le domaine de définition de f .
2. Détermine le domaine de dérivabilité de f puis calcule $f'(x)$.
3. Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
4. Montre que la courbe (C_f) de la fonction f admet une asymptote oblique en $-\infty$ que l'on déterminera.

L.S.K

Classe : 11SC

Coef : 4

Durée : 3 heures

Exercice 1 : (4 points)

1. Pour tout réel x ; on pose : $A(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$.
 - a. Prouve que $A(x) = -\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$.
 - b. Mets $A(x)$ sous la forme $A(x) = a \cos(2x + b)$ où a et b sont deux réels à déterminer.
 - c. Résous dans $[-\pi ; \pi]$; l'inéquation $A(x) \leq 1$.
2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x^2 - 4}$.
 - a. Détermine l'ensemble de définition de f .
 - b. f est-elle prolongeable par continuité en $x_0 = 2$? si oui, détermine son prolongement g .

Exercice 2 : (5 points)

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$; où $a ; b$ et c sont des réels.
 - a. Détermine la fonction dérivée $f'(x)$. ?
 - b. Détermine les réels $a ; b$ et c sachant que f admet 1 pour extremum en 0 et - 3 pour extremum en 2 .
 - c. Dresse le tableau de variation de f .
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x^2 - 2x - 3| + 2x$.
 - a. Ecris $f(x)$ sur $\mathbb{R}$ sans la valeur absolue.
 - b. Etudie la dérivabilité de f à gauche et à droite en - 1 .
 - c. f est-elle dérivable en - 1 ?

Problème : (11 points)

La fonction f est définie par : $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 3}$ et on désigne par (C_f) la courbe représentative.

1. Détermine l'ensemble de définition de f .
2. a) Calcule : $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ puis interprète graphiquement les résultats obtenus.
b) Calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
3. Détermine les réels $a ; b$ et c tels que : $\forall x \in D_f, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
4. a) Démontre que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est une asymptote à la courbe (C_f) en $-\infty$ et en $+\infty$.
b) Etudie la position relative de (C_f) et de la droite (D) .
5. a) Démontre que $\forall x \in D_f$ la fonction dérivée : $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$.
b) Détermine le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x .
c) Dédus- en le sens de variation de f puis dresse le tableau de variation de f .
6. Montre que le point $A(2 ; 5)$ est un centre de symétrie pour (C_f) .
7. Détermine les coordonnées des points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère.
8. Construis (C_f) et ses asymptotes.



Sekouba K Coulibaly

2ème Tri-DEVOIR SURVEILLE - MATHEMATIQUES : 11ème S - DUREE : 03HEURE-02/03/2022

Questions de cours :

A partir de la formule $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$, démontrer toutes les formules qui en découlent, c'est-à-dire :

1. Les formules d'additions : $\cos(a+b)$; $\sin(a+b)$; $\sin(a-b)$; $\tan(a+b)$ et $\tan(a-b)$.
2. Les formules de duplications : $\sin(2a)$ et les trois formules de $\cos(2a)$.
3. Les formules de linéarisation : $\cos^2(a)$ et $\sin^2(a)$ en fonction de $\cos(2a)$.
4. En posant $p = a + b$ et $q = a - b$ dans les formules d'additions calculer :
 - i) $\cos(p) + \cos(q)$
 - ii) $\sin(p) + \sin(q)$

Exercice 1 :

1. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(\pi + x) + \cos(\pi - x) + \cos(-x)$$

$$B = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$$

2. Trouver la mesure principale des angles suivants :

a. $\frac{5\pi}{3}$; $-\frac{108\pi}{4}$; $\frac{13\pi}{6}$; $-\frac{39\pi}{4}$

- b. En déduire leurs cosinus et leurs sinus.

3. Soit A, B, C les mesures des angles d'un triangle

Démontrer que : a) $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$

b) $\tan\left(\frac{B+C}{2}\right) = \frac{1}{\tan\left(\frac{A}{2}\right)}$

4. Démontrer l'égalité : $\cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{7}\right) = 0$

Exercice 2 : On considère l'expression réelle

$$E(x) = 2(\sin x)(\tan x) + 4\cos x$$

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 - 5x + 2 = 0$

b. Montrer que pour tout $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $E(x) = \frac{2\cos^2 x + 2}{\cos x}$

c. Résoudre dans $] -\pi, \pi]$ l'équation : $E(x) = 5$

d. Représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique.

Exercice 3 :

1. Vérifier que $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$

2. Résoudre l'équation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

3. Résoudre l'inéquation : $2x^2 + (1 - \sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$

4. Déduire de la question 1.)

a. La résolution de l'équation : $2\cos^2 x + (1 - \sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

b. Représenter sur le cercle trigonométrique, les images des solutions de l'équation précédente.

5. Factoriser : $\cos x + \sqrt{3} \sin x$

Épreuve de : Mathématiques : CLASSE : 11è SCIENCES - Durée : 3 heuresEXERCICE 1 : (5 POINTS)On donne le polynôme P défini par : $P(x) = 189x^3 - 711x^2 + 882x - 360$ 1. Trouver les réels a , b , et c tels que, pour tout réel x :

$$P(x) = a(-3x + 4)^3 + b(-3x + 4)^2 + c(-3x + 4) \quad (2 \text{ pts})$$

2. Déduis-en la factorisation de $P(x)$ sous forme de produit de binômes du premier degré. (1 pt)3. Déduis une résolution de l'équation $P(x) = 0$ puis celle de l'inéquation $P(x) \leq 0$. (1 pt)4. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = -360$ puis l'inéquation $P(x) \leq -360$. (1 pt)EXERCICE 2 : (5 POINTS)

Les parties I, II, et III sont indépendantes.

I°/ Trouve les nombres réels a et b tels que le polynôme f soit divisible par le polynôme g , avec :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 - 3x + b \text{ et } g(x) = x^2 - 7x + 12, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1,5 \text{ pts})$$

II°/ Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne du polynôme f par le polynôme g , avec :

$$f(x) = 13x^6 + x^5 - 7x^3 + 8x^2 - x + 17 \text{ et } g(x) = 5x^3 - 7x^2 + 5x + 3, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1,5 \text{ pts})$$

III°/ Soit la fonction k définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $k(x) = \frac{5x^2 + 2x + 4}{x^2 - 1}$ 1. Trouve D_k . (0,5 pt)2. Trouve trois nombres réels a , b et c tels que : $k(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2-1}$ (1,5 pts)PROBLEME : (10 POINTS)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : On considère la fonction g_m paramétrique définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$g_m(x) = (-m + 7)x^2 + (2m + 1)x + m - 3, \text{ avec } m \text{ un paramètre réel}$$

1. Détermine, si possible, les valeurs de m pour que g_m admette :

- a) Une racine double. (0,75 pt)
- b) Deux racines distinctes de signes contraires. (0,75 pt)
- c) Deux racines distinctes positives. (0,75 pt)

2. Détermine m pour que :

- a) g_m soit un trinôme du second degré. (0,75 pt)
- b) g_m soit un trinôme du second degré toujours négatif. (0,75 pt)
- c) g_m soit une fonction affine. (0,75 pt)

3. Détermine m pour que g_m admette deux racines distinctes. Puis trouve une relation indépendante de m entre les deux racines x_1 et x_2 . (1,5 pts)Partie B : On considère la fonction paramétrique f_m : $f_m(x) = (m^2 - 7m + 12)x^2 + 2(m - 3)(m + 2)x + m^2 - m - 6$ avec m un paramètre réel.

- 1. Détermine, suivant les valeurs de m , le nombre et le signe des racines de f_m . (2 pts)
- 2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_m) : $f_m(x) = 0$ (2 pts)

COURAGE !

Épreuve de : Mathématiques : CLASSE : 11è SCIENCES - Durée : 3 heures

EXERCICE 1 : (5 POINTS)On donne le polynôme P défini par : $P(x) = 189x^3 - 711x^2 + 882x - 360$ 1. Trouver les réels a, b , et c tels que, pour tout réel x :

$$P(x) = a(-3x + 4)^3 + b(-3x + 4)^2 + c(-3x + 4) \quad (2 \text{ pts})$$

2. Déduis-en la factorisation de $P(x)$ sous forme de produit de binômes du premier degré. (1 pt)3. Déduis une résolution de l'équation $P(x) = 0$ puis celle de l'inéquation $P(x) \leq 0$. (1 pt)4. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $P(x) = -360$ puis l'inéquation $P(x) \leq -360$. (1 pt)**EXERCICE 2 : (5 POINTS)**

Les parties I, II, et III sont indépendantes.

I°/ Trouve les nombres réels a et b tels que le polynôme f soit divisible par le polynôme g , avec :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 - 3x + b \text{ et } g(x) = x^2 - 7x + 12, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1,5 \text{ pts})$$

II°/ Trouve le quotient et le reste de la division euclidienne du polynôme f par le polynôme g , avec :

$$f(x) = 13x^6 + x^5 - 7x^3 + 8x^2 - x + 17 \text{ et } g(x) = 5x^3 - 7x^2 + 5x + 3, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1,5 \text{ pts})$$

III°/ Soit la fonction k définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $k(x) = \frac{5x^2 + 2x + 4}{x^2 - 1}$ 1. Trouve D_k . (0,5 pt)2. Trouve trois nombres réels a, b et c tels que : $k(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2-1}$ (1,5 pts)**PROBLEME : (10 POINTS)**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : On considère la fonction g_m paramétrique définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$g_m(x) = (-m + 7)x^2 + (2m + 1)x + m - 3, \text{ avec } m \text{ un paramètre réel.}$$

1. Détermine, si possible, les valeurs de m pour que g_m admette :

a) Une racine double. (0,75 pt)

b) Deux racines distinctes de signes contraires. (0,75 pt)

c) Deux racines distinctes positives. (0,75 pt)

2. Détermine m pour que :a) g_m soit un trinôme du second degré. (0,75 pt)b) g_m soit un trinôme du second degré toujours négatif. (0,75 pt)c) g_m soit une fonction affine. (0,75 pt)3. Détermine m pour que g_m admette deux racines distinctes. Puis trouve une relation indépendante de m entre les deux racines x_1 et x_2 . (1,5 pts)**Partie B :** On considère la fonction paramétrique $f_m : f_m(x) = (m^2 - 7m + 12)x^2 + 2(m - 3)(m + 2)x + m^2 - m - 6$ avec m un paramètre réel.1. Détermine, suivant les valeurs de m , le nombre et le signe des racines de f_m . (2 pts)2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E_m) : f_m(x) = 0$ (2 pts)

COURAGE !

"Ce que nous savons est une goutte d'eau ; ce que nous ignorons est un océan. Les mathématiques nous aident à naviguer." - Isaac Newton