Lfana Jeudi, le 19/12/2024

Devoir n°1 de Mathématiques

Série : 11 ème Sciences **Durée** :3h

Questions de cours (4,25 pts)

I) Recopie et complète chacune des phrases suivantes :

On considère l'application suivante $f : A \to B$.

a) B est appelé……..et A est appelé…….. **0,25pt**

b) On appelle ……. de f , l'ensemble …….. de A qui ont ……. Par f dans B. **0,25pt**

c) On appelle …….. de A vers B , toute correspondance qui, à chaque ……. , associe un ou zéro …… **0,25pt**

II) Dans chacune des questions ci-dessous une seule des réponses proposées est juste. Choisis la bonne réponse en justifiant votre choix.

1) L'image directe de l'intervalle $[-2;3]$ par la fonction $f(x) = 2 + \dfrac{1}{3 - \frac{1}{2}x}$ est égale :

a) $[-4;8]$; b) $\left[\frac{1}{2};6\right]$; c) $\left[\frac{9}{4};\frac{8}{3}\right]$. **1pt**

2) L'antécédent du réel 5 par $g(x) = x^2 + 1$ dans $[0;+\infty[$ est :

a) 3 ; b) -2 ; c) 2. **1pt**

3) L'application h définie de IR vers $[1;+\infty[$ par $h(x) = x^2 + 1$ est :

a) Bijective ; b) Surjective ; c) Injective. **1pt**

III) Vrai/Faux

Parmi les affirmations suivantes, dite si elles sont vraies ou fausses tout en justifiant votre réponse :

A_1. Un polynôme unitaire est un polynôme de degré 1. **0,25pt**

A_2. Si une fonction polynôme est de degré 3, alors son carré est de degré 9. **0,25pt**

Exercice : (5,75 pts)

I) Soit la fonction f définie de IR vers IR par $f(x) = \dfrac{\left|1-\sqrt{3}\right| + \left|x-\sqrt{3}\right| + 1}{x^2+1}$.

1) Ecris f sans le symbole de la valeur absolue. **1,75pt**

2) Donne une restriction de f à chacun des intervalles $[4;+\infty[$ et $]-\infty;0]$. **0,5pt +0,5pt**

3) Sur quel intervalle de IR , f est égale à la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{2\sqrt{3}-x}{x^2+1}$. **0,5pt**

II) Soient les fonctions g et h définies de IR vers IR par $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$ et $h(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$.

1) Détermine l'ensemble de définition D_{hog} sans calculer $hog(x)$. **1,5pt**

2) Donne l'écriture explicite de $hog(x)$. **1pt**

Problème : **(10 pts)**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A : **(5 pts)**

On donne le polynôme h définie de IR vers IR par $h(x) = -7x^2 - 5x + 3$.

1. Détermine l'ensemble de définition de h. **0,5pt**
2. h est-elle une application ? (Justifiez vos résultats) **0,5pt**
3. Trouve trois nombres réels $\alpha; \beta$ et γ tels que $h(x) = \alpha(x-\beta)^2 + \gamma$. **1pt**
4. h est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifiez vos résultats. **1pt**
5. Trouve les images par h de $I = [-12;5]$. **1pt**
6. Trouve les images réciproques par h de $J = [-2;6]$. **1pt**

Partie B : **(5 pts)**

Un nombre premier est un nombre qui n'est divisibles que par lui-même et par 1.

Soit $P(x) = x^4 - 20x^2 + 4$.

a. Vérifie que : $P(x) = (x^2-2)^2 - 16x^2$. **0,5pt**

b. En déduire que $P(x) = A(x).B(x)$ où $A(x)$ et $B(x)$ sont des polynômes du second degré. **0,75pt +0,75pt**

c. Résoudre dans Z les équations $A(x) = 1$ et $B(x) = 1$. **0,75pt +0,75pt**

d. En s'inspirant des résultats ci-dessus, dites si le nombre $n^4 - 20n + 4$ avec $n \geq 5$ est premier ou non. **1pt**