

Exercice I : -----(4points)

1-Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations trigonométriques suivantes :

a-) $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$

b-) $3 \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} = 0$

2-) Résoudre dans $0 \leq x \leq 2\pi$ l'équation trigonométrique $2\cos(3x) + \sqrt{3} = 0$

Exercice II : -----(6points)

On considère l'équation (E) : pour tout $x \in [-\pi ; \pi]$;

$$\sin 3x + 2\cos^2 x + \sin x = 0.$$

1- a-) Transformer en produit la somme $\sin 3x + \sin x$; puis en déduire que :

$$\sin 3x + \sin x = 4\sin x \cos^2 x.$$

b-) En déduire une factorisation de (E) ; puis résoudre (E).

2- Soit la fonction f définie par : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2\cos^2 x}{\sin 3x + \sin x}$$

a-) Déterminer l'ensemble de définition de f .

b-) Simplifier f .

c-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Problème : -----(10points)

1- Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 - 8x + 16}{2x - 5}$$

a-) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

b-) Etudier le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

2- Soit $(E_m): x \in \mathbb{R}; x^2 - (8 + 2m)x + 5m + 16 = 0$.

a-) Vérifier que (E_m) équivaut à $f(x) = m$.

b-) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_{-4}) .

c-) Déterminer m pour que -4 soit solution de (E_m) .

d-) Discuter suivant les valeurs de m l'existence du nombre et du signe des solutions de (E_m) .

e-) Trouver une relation indépendante de m liant les racines x_1 et x_2 lorsqu'elles existent.

3- Soit $(E): x \in \mathbb{R}; \sqrt{2x - 5} = x - 4$.

$$(E'): x \in \mathbb{R}; \sqrt{2x - 5} > x - 4.$$

$$(E''): x \in \mathbb{R}; \sqrt{2x - 5} < x - 4.$$

a-) Vérifier pour $x \geq 4$, $(E) \Leftrightarrow f(x) = 1$.

b-) Résoudre (E') ; en déduire l'ensemble solution de (E'') .