

LYM-G

Gag le 20 Fevrier 2025

DEVOIR N°04 / II<sup>e</sup> S / 2024 - 2025

DUREE : 2H

Exercice 1 : \_\_\_\_\_ 4 points

1°) En remarquant que  $\frac{\pi}{4} = 2 \times \frac{\pi}{8}$ , démontrer que :

$$\cos \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \text{ et}$$

$$\sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

2°) En remarquant que  $\frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ , calculer  $\cos \frac{3\pi}{8}$  et  $\sin \frac{3\pi}{8}$

Exercice 2 : \_\_\_\_\_ 6 points

1°) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ ,

a)  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - x\right)$

b)  $\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin 3x$

c)  $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \tan\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$

2°) Résoudre dans  $[0, 2\pi[$

$$3\cos x - \sqrt{3}\sin x + \sqrt{6} = 0$$

3°) Résoudre dans  $[0, 2\pi[$

$$\sqrt{2}\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) - 1 \leq 0$$

T S V P

### Exercice 3 : \_\_\_\_\_ 6 points

1) a) Vérifier que  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$

b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :

$$2X^2 + (1-\sqrt{2})X - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

c) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation :

$$2X^2 + (1-\sqrt{2})X - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$$

2) Dédurre de la question 1. b la résolution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :

$$2\cos^2 x + (1-\sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

Représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions de cette équation

3) Dédurre de la question 1. c la résolution dans l'intervalle  $]-\pi; \pi]$  de l'inéquation

$$2\cos^2 x + (1-\sqrt{2})\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$$

Représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions de cette inéquation

### Exercice 4 \_\_\_\_\_ 4 points

1)  $x \in \mathbb{R}$ ; démontrer que :

a)  $\cos 5x = \cos x (16\cos^4 x - 20\cos^2 x + 5)$

b)  $(1 - \cos x)(4\cos^2 x + 2\cos x - 1) = 1 - \cos 5x$

2) Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'équation :  $\cos 5x = 1$

Dédurre des questions précédentes les valeurs exactes de  $\cos \frac{2\pi}{5}$  ;  $\cos \frac{4\pi}{5}$  et  $\cos \frac{\pi}{5}$