

Devoir surveillé n°1 de mathématiques

Série : 11^{ème} Sciences

Date : Mardi, le 22 janvier 2025

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

Sujet:

Exercice 1 : [10 points]

I.// On considère les applications suivantes :

$$f : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}^+;$$

$$x \mapsto \sqrt{x-1}$$

$$g : \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$x \mapsto \frac{2x+3}{x+1}.$$

1. Montre que l'application f est bijective et détermine sa bijection réciproque f^{-1} .

2. a) Détermine deux réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = a + \frac{b}{x+1}$.

b) Détermine : $g(\{-2; 0; 1; 2\})$; $g([0, 1])$; $g^{-1}\left(\left\{-2; 0; 1; \frac{1}{2}\right\}\right)$ et $g^{-1}([0; +\infty[)$.

3. Montre que l'application g est bijective et détermine sa bijection réciproque g^{-1} .

II.// Soit l'application : $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto |x-2| + x$$

1. Ecris $h(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.

2. Détermine la restriction de h à l'intervalle $]-\infty, 1]$.

Exercice 2 : [10 points]

I.// Soit l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 - 3x + 2$$

1. Ecris $f(x)$ sous forme canonique.

2. a) Calcule : $f(1)$ et $f(2)$.

b) f est-elle injective ? Pourquoi ?

3. a) Montre que : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq -\frac{1}{4}$.

b) f est-elle surjective ? Pourquoi ?

II.// On considère le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$.

1. Calcule $P(-1)$.

2. Détermine trois réels a , b et c tels que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$.

3. Trouve les solutions de l'équation : $P(x) = 0$

Bonne chance !!