

Lycée Empire Manding de Faladie (LPEMA-F)	Année Scolaire 2024-2025
Devoir surveillé n°1 de la première période	
Epreuve de Mathématiques	
Classe : 11 ^e Sciences	Coefficient : 4
Durée : 2 heures	

Situation 1 :(5pts)

1) Détermine l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}; \quad b) f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{|x| - 2}; \quad c) f(x) = \begin{cases} x + 2 - \frac{1}{\sqrt{x+1}} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x+1}{x^2+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

2) Calcule les limites suivantes :

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}; \quad b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 3x - 4}{x^3 - 5x + 1}; \quad c) \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x + \sqrt{x^2 - 5x + 2};$$

Situation 2 :(7pts)

I. 1) Détermine l'abscisse curviligne principale des points suivants : $A\left(\frac{99\pi}{2}\right); B\left(\frac{-2020\pi}{3}\right)$

$$2) \text{ Calcule : } \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{12} + \cos^2 \frac{11\pi}{12}$$

$$3) \text{ Simplifie } A = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(x - \pi) + \cos(x - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

II. 1) Démontre que pour tout élément x de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$; on a : $\sqrt{1 + \sin 4x} = \sin 2x + \cos 2x$

2) Démontre les identités suivantes :

$$a) \sin^4 x - \cos^4 x = -\cos 2x; \quad b) \tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \times \sin^2 x$$

III. On pose : $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}; B = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.

Calcule $A + B$ et $A - B$. Déduis-en A et B .

Situation 3 :(8pts)

Soit x un nombre réel et $I =]-\pi; \pi[$. On pose $f(x) = 2\sqrt{2}\sin x \cdot \cos x - \sqrt{6}\sin x + 2\cos x - \sqrt{3}$.

1) a) Vérifie que $f(x) = (\sqrt{2}\sin x + 1)(2\cos x - \sqrt{3})$.

$$b) \text{ Calcule } f(0); f\left(-\frac{\pi}{4}\right) \text{ et } f\left(\frac{\pi}{6}\right).$$

2) a) Résous dans I les équations $\sqrt{2}\sin x + 1 = 0$ et $2\cos x - \sqrt{3} = 0$.

b) Déduis-en dans I les solutions de $f(x) = 0$.

3) Résous dans I les inéquations : $\sqrt{2}\sin x + 1 > 0$ et $2\cos x - \sqrt{3} \leq 0$.

4) Donne le tableau de signe de $f(x)$ sur I .

5) Déduis-en dans I les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.