

Du 03 Avril

DEVOIR : 2025

SERIE : 11^{ème} scs

ANNEE : 2024-2025

EPREUVE : Mathématiques
Durée : 3 heures Coeff : 2

Exercice 1 : (6/6)

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+2} - \sqrt{11x-6}}{x+1 - \sqrt{x+3}}$ 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2-7x+1} - 3}{x-1 + \sqrt{x^2-x+2}}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 27} \frac{54-2x}{\sqrt[3]{x}-3}$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{\sin 3x}$; 5) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 - 2\cos x}$ 6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 - x^2 - 3}{6x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$

Exercice 2 : (6/6)

On considère la fonction numérique à variable réelle : $f : x \mapsto \frac{2 - \sqrt{3x^2 + 1}}{x - 1}$

- 1) Déterminer son ensemble de définition Df
- 2) f est-elle continue en 0 et en 1 ? justifie ta réponse.
- 3) f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? si oui précise son prolongement h en 1.

Problème : (8/8)

I)

1) Vérifie que : $4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$ puis résous $-4\sin^2(x) + 2(\sqrt{3} - 1)\cos(x) + 4 - \sqrt{3} = 0$

2) On considère $(E) : -4\sin^2 y + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos y - \sqrt{6} + 4 = 0$

a) Calcule $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

b) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation : $4x^2 + 2x(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \sqrt{6} = 0$

c) Déduis en les solutions dans $[0; 2\pi]$ de l'équation (E) puis représente sur le cercle trigonométrique les images des solutions de (E) .

II) : On considère la fonction f de $[-\pi; \pi]$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

d)
$$f(x) = \frac{\sin x + \sin 3x + \sin 5x}{\cos x + \cos 3x + \cos 5x}.$$

e) 1°) Résoudre dans $[-\pi; \pi]$, l'équation : $(1 + 2\cos 2x)\cos 3x = 0$.

f) 2°) Démontrer que : $\cos x + \cos 5x = 2\cos 3x \cos 2x$.

g) 3°) Déterminer l'ensemble de définition de f .

h) 4°) Démontrer que : $\forall x \in Df ; f(x) = \tan 3x$.