

GRAND DEVOIR N°2 DE MATHEMATQUES

Classe : 11^{ème} SCIENCE

Coefficient : 4

Durée : 3heures

Date : 28/4/2025

Exercice1 : / 7 points /

1. Détermine une mesure principale de l'angle $x = \frac{23\pi}{3}$

2. On pose :

$$E = \cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos^2\left(\frac{4\pi}{3}\right) \quad \text{et} \quad F = \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{4\pi}{3}\right).$$

a. Calculer $E + F$ et $E - F$

b. En déduis les valeurs exactes de E et F .

3. Démontre que $\frac{\sin x + \sin 5x}{\cos x + \cos 5x} = \tan 3x$

4. Résous :

a. $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$ dans $\mathbb{R}$

b. $2 \cos x - 1 \leq 0$ dans $]-\pi ; \pi[$

c. $\cos x \geq 0$ dans $]-\pi ; \pi[$

Exercice2: / 7 points /

1. Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a°) $|2 - x| + x = 4$; b°) $\sqrt{3x + 1} = 3 - x$; c°) $\sqrt{3x - 4} \leq x + 2$

2. Soit l'équation paramétrique (E): $x^2 - (7 - 3m)x + 6 - 3m = 0$

a. Résous et discute suivant les valeurs de m l'équation (E) .

b. Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet deux solutions opposées x_1 et x_2

c. Trouve une relation entre x_1 et x_2 indépendante de m .

d. Soient x_1 et x_2 deux racines de l'équation (E) tels que: $x_1 - 2x_2 = 1$.

Détermine les valeurs possibles de m .

Problème : / 6 points /

Partie A : Soit le polynôme P définie par : $P(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{1}{2}$

1. Calculer $P(1)$ et $P(-1)$

2. En déduis une factorisation de P puis résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

Partie B : On pose $A(x) = (\cos x)^3 + \frac{1}{2}(\cos x)^2 - (\cos x) - \frac{1}{2}$

3. Calculer $A(0)$ et $A(\pi)$

4. En déduis la résolution dans $]0 ; 2\pi[$ de l'équation $A(x) = 0$.

Bon travail !