

Lycée Empire Manding de Faladie (LPEMA-F)		Année Scolaire 2025-2026
Devoir surveillé de la Troisième période		
Epreuve de Mathématiques		
Classe : 11 ^e Sciences	Durée : 2 heures 30mn	Coefficient : 4

Situation 1 :(5,5pts)

On considère la suite (u_n) définie par: $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3 \end{cases} \forall n \in \mathbb{N}$

1) Calcule u_1 et u_2 . (1,5pt)

2) On considère la suite $v_n = 6 - u_n$.

a) Démontre que la suite (v_n) est géométrique. (1,5pt)

b) Exprime v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n . (1pt)

3) Calcule $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. (1,5pt)

Situation 2 :(4,5pts)

I. Soit les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$; $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ du plan vectoriel $\mathcal{V}$.

1) Justifie que $(\vec{u}; \vec{v})$ forme une base de $\mathcal{V}$ (0,75pt)

2) Montre que $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires. (0,75pt)

3) Ecris $\vec{w}$ comme combinaison linéaire de $\vec{u}$ et $\vec{v}$. (1pt)

II. ABC est un triangle quelconque. Construis les points suivants

1) Q tel que $\vec{AQ} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$ (1pt)

2) R tel que $\vec{AR} = -\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$ (1pt)

Problème :(10pts)

Soit la fonction définie par : $f(x) = \frac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$ et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(o; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique 1cm).

1) Détermine les réels $a; b$ et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{cx}{3x^2+1}$ (1pt)

2) Montre que la courbe $(\mathcal{C})$ admet une droite (D) asymptote que l'on déterminera. (1pt)

3) Détermine l'ensemble de définition D_f de f puis étudie les limites de f . (1,5pt)

4) Montre que $\forall x \in D_f, f'(x) = \frac{9(x-1)^2(x+1)^2}{(3x^2+1)^2}$ puis dresse son tableau de variation sur D_f . (2pts)

5) Etudie la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à son asymptote (D) . (1,5pt)

6) Montre que $(\mathcal{C})$ admet un centre de symétrie dont on calculera les coordonnées. (1,5pt)

7) Donne l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point $x_0 = 0$. (1,5pt)

8) Trace (D) et la courbe $(\mathcal{C})$ de f . (1,5pt)