



La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation de la copie. Les traces de recherches, même incomplètes ou infructueuses, seront valorisées. (1 pt) l'utilisation des calculatrices non programmables est autorisée.

Situation 1 :

- I. Soit le polynôme P défini de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $p(x) = x^5 + 2x^4 - 9x^3 - 14x^2 + 20x + 24$.
 1. Calcule $p(2)$; $p(-3)$ et $p(-1)$
 2. Factorise le polynôme P puis détermine tous les zéros de p en précisant leur ordre de multiplicité.
- II. On considère la fraction rationnelle g définie par : $g(x) = \frac{x^3 - x + 4}{x - 4}$.
 1. Détermine le domaine de définition de g .
 2. Trouve un polynôme P de degré 2 et un nombre réel c tels que, pour tout nombre réel x différent de 4 on ait : $g(x) = p(x) + \frac{c}{x-4}$.
- III. Soit la fonction g définie de $\mathbb{R} - \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$ vers $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{2x^2 - x - 2}{2x^2 + 3x + 1}$. Détermine trois réels a, b et c tels que $g(x) = a + \frac{b}{2x+1} + \frac{c}{x+1}$

Situation 2 :

- I.
 - a°) Démontre qu'il existe un unique polynôme P de degré 3, qui s'annule en 0 et vérifie la propriété suivante : $\forall x \in \mathbb{R}, p(x+1) - p(x) = x^2$.
 - b°) Montre que : $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = p(n+1) - p(1) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
 - c°) En déduis le réel $A = \sum_{k=1}^{20} k^2$.
- II.
 - 1°) Démontre que, pour tout nombre réel x : $x^3 = \left(\frac{x^2+x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2-x}{2}\right)^2$.
 - 2°) Soit le polynôme $f(x) = \left(\frac{x^2-x}{2}\right)^2$, démontre que : $f(x+1) - f(x) = x^3$.
 - 3°) Démontre que : $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = f(n+1) - f(n) = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.
 - 4°) En déduis le nombre réel $B = \sum_{k=1}^{10} k^3$.

EVALUATION DES COMPETENCES :

Lors d'une étude portant sur l'âge des membres de certaines familles de la capitale malienne BAMAKO. Tu es chargé de la famille « HKPIS 223 », dont le père est professeur retraité des Mathématiques. Après une discussion de prise de contact, il découvre, que tu es élève en classe de 11ème sciences. Il décide de te donner les âges, avec des notions sur le chapitre des fonctions polynômes. Il dit : « je suis M ABAITEFO, j'ai une épouse et trois enfants, dont l'ainé **Ategtwan**, la benjamine **Awa** et le cadet **Midou**. Soient α, β et γ des réels non nuls, solutions du polynôme $H(x) = 2x^3 - 76x^2 + 930x - 3672$ et $\gamma = 9$. Les âges de mes enfants sont respectivement de l'ainé à la benjamine, les réels α, β et γ . L'âge de leur mère correspond au triple de celui de l'ainé diminué du double de celui de Midou et augmenté du quadruple de celui de la benjamine. Le mien correspond au double de l'âge de mon épouse diminué de la somme des âges de nos enfants. »

En utilisant tes notions et tes connaissances basées sur le chapitre des fonctions polynômes, trouve les âges des membres de la famille HKPIS 223. A l'aide d'une rédaction rigoureuse, harmonieuse et l'utilisation des outils mathématiques appropriés.

Tais-toi ! Fais ce qu'ils ne font pas pour avoir ce qu'ils n'ont pas. Seul le résultat peut faire un bruit conséquent. HKPIS223...

Tais-toi ! Fais ce qu'ils ne font pas pour avoir ce qu'ils n'ont pas. Seul le résultat peut faire un bruit conséquent. *HKPIS223...*

M. H KASSOGUE

Page **2** sur **2**