

DEVOIR N°1 DE MATHEMATIQUES		
Classe : 11 ^{ème} Sciences	Coefficient : 04	Durée : 2h30 min

Exercice 1:..... 6pts

- I) Soient $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ et $g(x) = \frac{3x^2+2}{x^2+1}$
- Détermine le domaine de définition de **f et g**.
 - f et g** sont-elles bijective ? justifiez votre réponse.
 - Démontre que pour tout réels x on a : $0 < f(x) \leq 1$. Interprète ce résultat.
 - Ecris **g(x)** sous forme canonique.
 - En utilisant 3. et 4. Prouve que pour tout réels x on a : $2 \leq g(x) < 3$. Interprète ce résultat
- II) Soit l'application f définie sur $\mathbb{R}$ par :
- $$f(x) = |2x - 1| + |x - 3| - 1$$
- Ecrire **f(x)** sans les symboles de la valeur absolue.

Exercice2 :.....7pts

- A. Trouve deux fonctions polynômes f et g du premier degré telles que $\forall x \in \mathbb{R}$, on a :

$$x^2 f(x) + (x - 1)^2 g(x) = 1.$$

- B. On considère la fonction polynôme P défini par $P(x) = 20x^3 - 5x^2 - 3x + 2$.

- En admettant que a , b et c sont les zéro de P , donne la factorisation de $P(x)$. Précise l'ordre de multiplicité de chacune de ces racines.
- Donne alors la nouvelle écriture de $P(x)$, ordonnée selon les puissances décroissantes de x dont les coefficients dépendent de a , b et c .
- Sans calculer les solutions a , b et c , détermine :
 $a + b + c$; $ab + ac + bc$ et abc .

4. Des résultats précédents, déduis le système suivant :
- $$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = \frac{29}{80} \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Exercice3 :.....7pts

- 1) Déterminer les réels **a et b** pour que le polynôme P défini par $p(x) = 8x^3 + ax^2 + bx - 30$ admette -5 et -2 pour racines. (on pourra exprimer $P(-2)$ et $P(-5)$ en fonction de **a et b**).

Montrer qu'alors $P(x)$ peut se factoriser par : $x^2 + 7x + 10$.

- 2) Déterminer toutes les racines de $P(x)$. En déduire la forme totalement factorisée de P .
- 3) Soit la fonction rationnelle définie par $f(x) = \frac{3x^2-4x+1}{x-2}$. Montrer qu'il existe trois réels **a ; b ; c** tels que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{2\} f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$