Lycée Qualifiant : HOUARA	**Devoir libre**	
Niveau : 1BACS01/02	**N°1**	**Année Scolaire : 2025/2026**

Remarque : Rendre le 27/10/2025

Exercice 1 :

1. Ecrire les propositions suivantes à l'aide des quantificateurs et les connecteurs logiques puis déterminer ses valeurs de vérité :

   P_1 : Pour tout entier naturel n ; si n est impair alors n^2+1 est pair .

   P_2 : Il existe un unique entier relatif tel que : $\dfrac{n^2-1}{3}=5$.
2. Donner la négation des propositions suivantes :

   $$Q_1 : (\forall x\in\mathbb{R})\ x^2>0\Rightarrow\sqrt{2}\in\mathbb{Q} \qquad Q_2 : (\forall x\in\mathbb{R}): -1\leq\cos x\leq 1$$
3. Soit a et b deux nombres réels tel que $a\neq\dfrac{b}{2}$: Montrer que $b\neq\dfrac{1}{8}a\Rightarrow\dfrac{a+2b}{2a-b}\neq\dfrac{2}{3}$
4. Montrer par l'équivalence successive que: $(\forall x\in\mathbb{R})\ \sqrt{x^4+3x^2+1}\geq x^2+1$
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-1|+|x|=2$.
6. Montrer par absurde que $(\forall x\in\mathbb{R}^+)$: $\sqrt{x}\neq\dfrac{x+2}{\sqrt{x+4}}$
7. Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\ldots+\dfrac{1}{3^n}=\dfrac{3}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^{n+1}}\right)$.
8. Montrer par récurrence que : $(\forall n\in\mathbb{N})$: $2^{3n}-1$ divisible par 7

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{-2x+4}{x^2-x+2}$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .
2. Démontrer que f majorée par 2 sur $\mathbb{R}$.
3. a- Démontrer que f minorée par -1 sur $\mathbb{R}$ ..

   b- Est-ce que -1 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}$?

Exercice 3 :

On considère f et g les fonctions définies par $f(x)=\sqrt{x+3}$ et $g(x)=x^2-4x+1$.

1. Déterminer D_f et D_g .
2. Déterminer les tableaux des variations de f et g .
3. Construire (C_f) et (C_g) dans un repère orthonormée $(O,\vec{i},\vec{j})$.
4. Déterminer $f([-3;1])$ et $f([1;+\infty[)$
5. Déterminer graphiquement le nombre solutions de l'équation $(E): x^2-4x+1=\sqrt{x+3}$
6. Résoudre graphiquement inéquation $(I): x^2-4x+1-\sqrt{x+3}\geq 0$
7. Soit h la fonction définie : $h(x)=x+4-4\sqrt{x+3}$

   a. Donner D_h l'ensemble de définition de h .

   b- Vérifier que $(\forall x\in D_h), h(x)=gof(x)$

   c-Déduire la monotonie de h sur $[-3;1]$ et $[1;+\infty[$