

Module 1 : Les applications

Exercice 1

1) Soit l'application $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$; f est-elle injective ?

$$x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$$

2) Soit l'application $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$; f est-elle surjective ?

$$x \mapsto x^2$$

3) Dans chacun des cas suivants, démontre que l'application f est bijective et détermine sa bijection réciproque

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 5 - 3x$$

$$f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$x \mapsto \frac{2x-1}{x-1}$$

$$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$(x, y) \mapsto (x - 2y; x + 3y)$$

Exercice 2

Soit l'application $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{-2x+1}{x+1}$$

a) Détermine les réels a et b tels que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{-1\}; f(x) = a + \frac{b}{x+1}$

b) Trouve l'image directe par f des ensembles: $[1; 3];]2; +\infty[$

c) Trouve l'image réciproque par f des ensembles : $\{-1; 0\};]1; 4[$

Exercice 3

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto |2x - 1| + 3|2 - x| + 3x$$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto 2x + 5$$

1) Ecris $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

2) Trouve la restriction de l'application f à l'intervalle $[2; +\infty[$

3) Trouve le plus grand sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ sur lequel les applications f et g coïncident

4) Trouve l'image directe par f des ensembles : $\{-1; 3\}; [-2, 0];]1; 3[$

5) Trouve l'image réciproque par f des ensembles : $\{0; 7\}; [2; 3]$

Exercice 4

Soit l'application $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x+1}{x-2}$$

1) Détermine le domaine de définition Df de f

2) Trouve le plus grand sous-ensemble E de $\mathbb{R}$ pour lequel f soit une bijection de Df sur E

3) Explicite f^{-1}

Exercice 5

Soit les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{x+1}$$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2x+1}{x-1}$$

1) Détermine les domaines de définitions : $Df; Dg; Df \circ g; Dg \circ f$

2) Trouve les applications $f \circ g$ et $g \circ f$

Exercice 6

Soit les fonctions $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{1-x}$$

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x+1}{x-1}$$

1) Détermine les domaines de définitions : $Df; Dg; Df \circ g; Dg \circ f$

2) Trouve les applications $f \circ g$ et $g \circ f$

3) Compare les applications $f \circ g$ et $g \circ f$

Exercice 5 :

* Soit l'application f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 + 4x - 5$.1- Vérifie que : $(x+2)^2 - 9 = f(x)$.2- L'application f est-elle injective ? surjective ? bijective ? Justifie votre réponse.3- On donne l'application g définie par : $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow [-9; +\infty[$

$$x \mapsto (x+2)^2 - 9.$$

Dire pourquoi l'application g est bijective tout en justifiant votre réponse ?Détermine sa bijection réciproque g^{-1} .4- Calcule $g \circ g^{-1}(x)$ et $g^{-1} \circ g(x)$; puis compare $g \circ g^{-1}(x)$ et $g^{-1} \circ g(x)$.

Exercice 6 :

1- Soit $g : [-1; 1] \rightarrow A$

$$x \mapsto \sqrt{1-x^2}. \text{ Détermine l'ensemble } A \text{ pour que } g \text{ soit surjective.}$$

2- Soit $h : [0; 2] \rightarrow [0; 4]$ et $(O, \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé d'unité graphique 2cm.

$$x \mapsto x^2.$$

a) Montre que h est bijective et définit h^{-1} .b) Représente graphiquement h et h^{-1} dans le repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$.

Exercice 7 :

1- Dans chacun des cas suivants, détermine l'ensemble de définition de $g \circ f$ puis détermine l'expression algébrique de $g \circ f$.

$$\text{a) } f(x) = 2x - 3 \text{ et } g(x) = \sqrt{x+2} \quad ; \quad \text{b) } f(x) = x^2 - 1 \text{ et } g(x) = \frac{2x+1}{x}.$$

2- Dans chacun des cas suivants trouve deux fonctions f et g telles que : $h(x) = f \circ g(x)$

$$\text{a) } h(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1}; \text{ b) } h(x) = \frac{3}{x^2 - 5x + 6}; \text{ c) } h(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2 - 2}; \text{ d) } h(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right).$$

Exercice 8 :

On considère la fonction $h(x) = |3x - 2| - 2|1 - x| + 3$ 1- Ecrire h sans le symbole de la valeur absolue.2- Détermine les images par h de $[2; 4]$ et $[-3; 0]$.3- On considère la fonction k définie par $k(x) = 5x - 1$. Détermine le plus grand ensemble sur lequel h et k coïncident.

Exercice 9 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit la fonction : $f : \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[\rightarrow \mathbb{R}^+$

$$x \mapsto \sqrt{2x+1}$$

1- Démontre que f est bijective et détermine sa bijection réciproque f^{-1} .2- Construis la courbe de f^{-1} et en déduis celle de f .

Exercice 10 :

Soit f et g deux applications définies respectivement par :

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [-1; +\infty[\quad \text{et} \quad g : [-1; +\infty[\rightarrow [-3; +\infty[$$

$$x \mapsto x^2 - 1$$

$$x \mapsto 2x - 1$$

1- Montre que f , g et $g \circ f$ sont bijectives.2- Détermine f^{-1} , g^{-1} , $f^{-1} \circ g^{-1}$ et $(f \circ g)^{-1}$.

Exercice1 :

1- Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x + 2} ; g(x) = \sqrt{|x^2 - 1|} ; h(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 + 1} ; l(x) = x^4 - \sqrt{2}x + \sqrt{3} ;$$

$$J(x) = \frac{3x^2 - 5x + 1}{\sqrt{x^2 - 7x + 6}} ; K(x) = \frac{8 - x^2}{|x - 1| - 3} ; P(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} ; Q(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}}.$$

2- Parmi les fonctions suivantes précise, celles qui sont des applications ou non :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+ ; g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} ; h: \left[\frac{1}{2}; 1\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto \sqrt{x}$$

$$x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$x \mapsto \sqrt{-2x^2 + 3x - 1}$$

3- Les fonctions suivantes sont-elles égales ?

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$x \mapsto \frac{4}{x^2 - 4}$$

$$x \mapsto \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$$

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^3 + x^2}{x^2 + 1}$$

$$x \mapsto x$$

4- Trouve le plus grand sous-ensemble sur lequel f et g coïncident :

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$;

$$x \mapsto \frac{x^2}{|x|}$$

$$x \mapsto x$$

b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$x \mapsto \sqrt{x - 1}$$

Exercice2 :

Soit la fonction affine f définie sur $[-1; 5]$ par :

$$\begin{cases} f(x) = |x - 1| ; \text{ si } x \in [-1; 3] \\ f(x) = \frac{5x - 11}{2} ; \text{ si } x \in [3; 5] \end{cases}$$

1- Représente graphiquement la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

2- Détermine graphiquement l'image directe par f de chacune des intervalles :

$$[-1; 5] ; [0; 5] ; [-1; 0].$$

3- Détermine graphiquement l'image réciproque par f de chacune des intervalles :

$$[1; 2] ;]2; 7[; \{0\}.$$

Exercice3 :

1- Soit la fonction définie par $g(x) = 2x^2 + 4x - 1$.

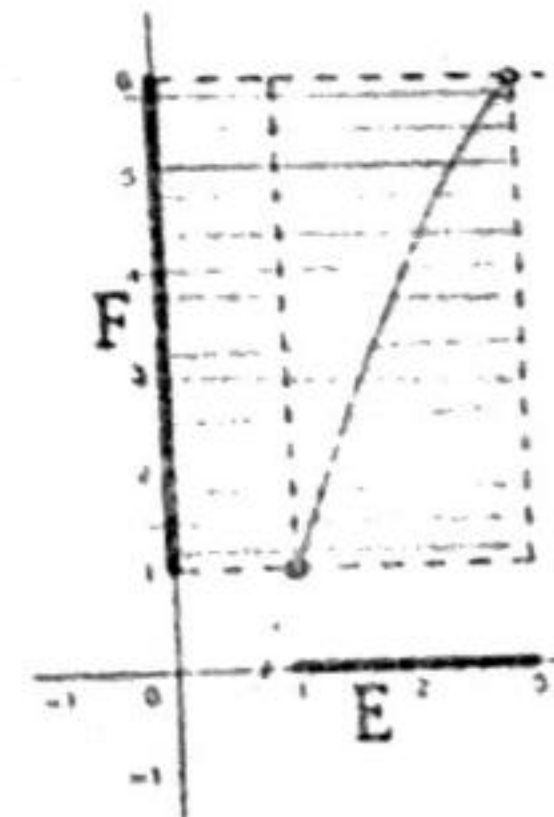
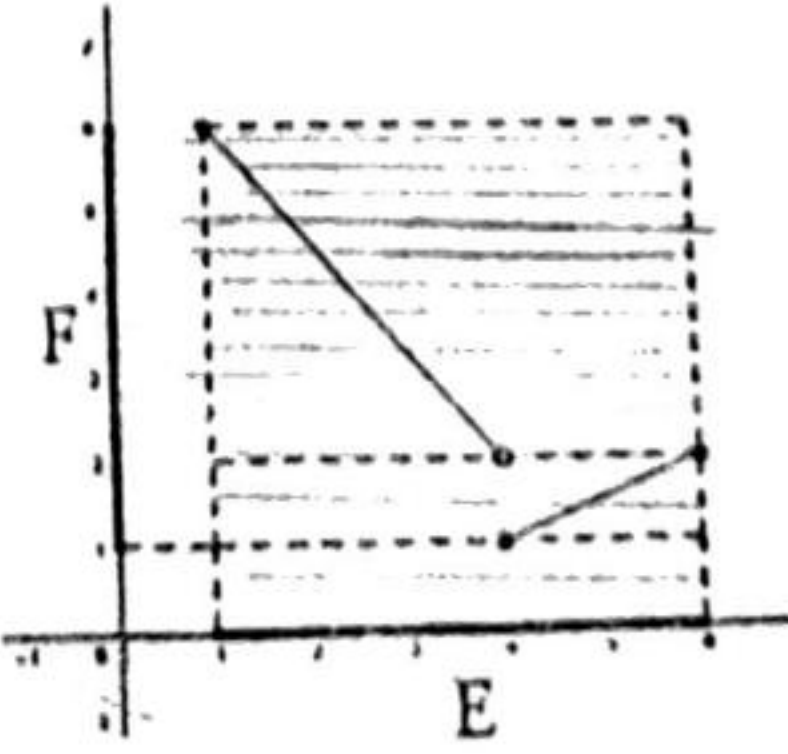
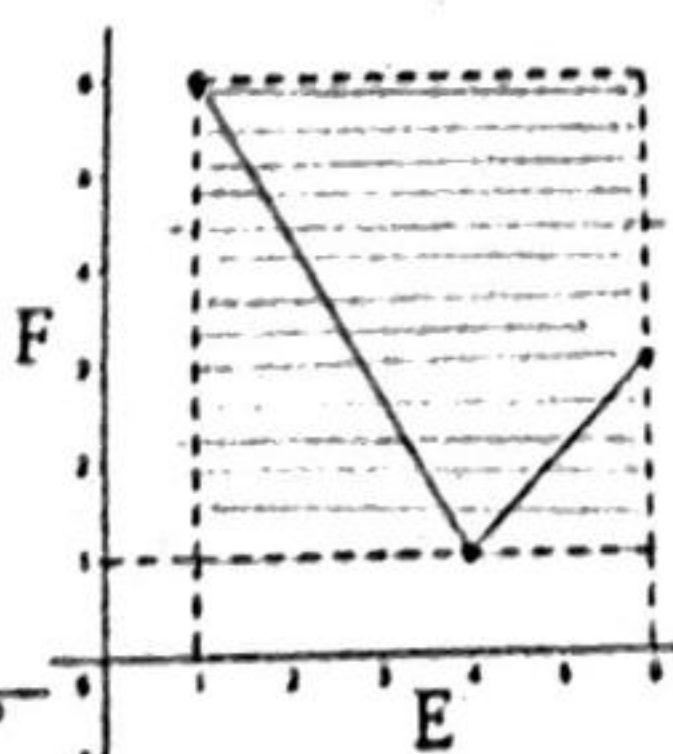
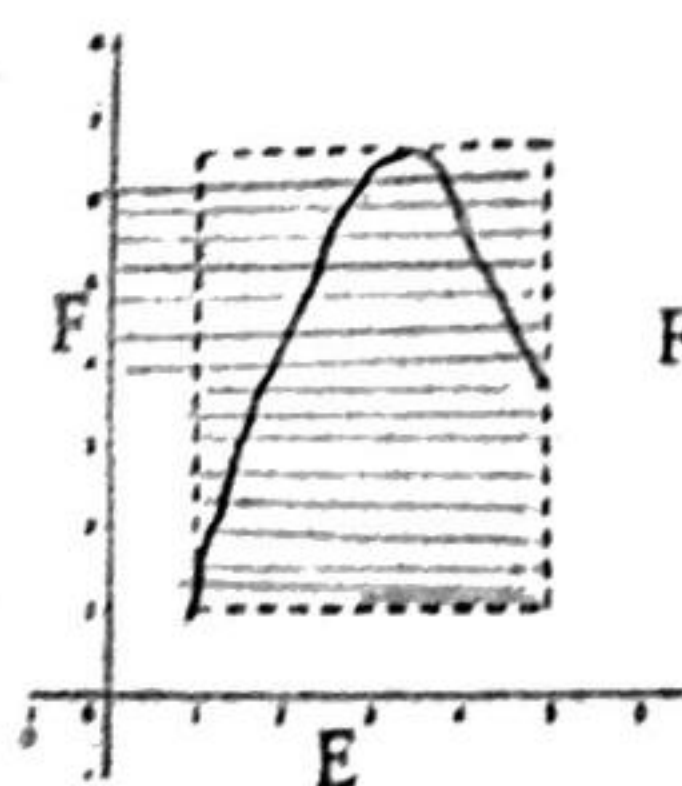
a) Vérifie que $g(x) = 2(x + 1)^2 - 3$.

b) Trouve l'image directe par g de : $A = [1; 3]$; $B = [-3; -2]$ et $C = [-2; 2]$.

2- Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x^2 - x - 2$. Détermine $g^{-1}(\{0\})$; $g^{-1}(\{-2\})$.

Exercice4 :

Soient E et F deux intervalles fermés de $\mathbb{R}$. On donne ci-dessous les représentations graphiques d'applications de E vers F . Dans chaque cas, dire si l'application est injective, surjective ou bijective.



ÉPREUVE DE :

DATE:

SÉRIE :

Mathématiques

11ème Sciences

DURÉE :

2 heures

COEF :04

Exercice 1.....8points

Les parties A et B sont indépendantes

A) Soit la fonction h définie par $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 - 3x + 7$$

1) Montre que $h(x) = (x - \frac{3}{2})^2 + \frac{19}{4}$ (0,5pt)

2) h est-elle injective ? surjective ? Bijective ? (justifie ta réponse) (1pt)

3) Trouve l'image directe $h([-3; 5])$ (1pt)

4) Détermine l'image réciproque par h de l'intervalle $[1; 3]$ (1pt)

5) On définit l'application $h_1: \mathbb{R} \rightarrow [\frac{19}{4}; +\infty[$

$$x \mapsto h(x)$$

h_1 est-elle surjective ? (justifie) (1pt)

B) Soit la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{-7x^2 - 42x - 30}{x^2 + 6x + 9}$$

1) Détermine le domaine de définition Df de f (0,5pt)

2) On pose $A = Df$

Trouve l'ensemble B image de A par f (0,75pt)

3) On donne la fonction $g: A \rightarrow B$

$$x \mapsto f(x)$$

a) Détermine les images directes par g de chacun des ensembles suivants :

$$E = \{-3; 0; 1\}; F = [-7; 2]; G = [3; 5]$$

(1,25pt)

b) Détermine l'image réciproque par g de $H =]-1; 5]$ (1pt)

Exercice 2.....6points

Soit la fonction affine g définie sur $[-1; 5]$ par :

$$g(x) = |x - 1|, \text{ si } x \in [-1; 3]$$

$$g(x) = \frac{5x-11}{2} \text{ si } x \in [3; 5]$$

1) Représente la fonction g dans le plan muni d'un repère orthonormé (2pts)

2) Cherche graphiquement l'image par g de $]0; 5]$ (2pts)

3) Détermine graphiquement l'image réciproque par g de $\{0\}; [-1; 5]$ (2pts)

Exercice 3.....6points

1) Montre que $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ est une bijection et détermine sa bijection réciproque

$$(x; y) \mapsto (x + 3; y - 2)$$

2) Soit $f: [-1; 1] \rightarrow A$

$$x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$$

Détermine A pour que g soit surjective (2pts)

3) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{2x - 1} \quad x \mapsto \frac{3x+4}{2-x}$$

a) Détermine $Df; Dg; Df \circ g; Dg \circ f$ (2pts)

b) Détermine $f \circ g(x)$ et $g \circ f(x)$ (2pts)

L. H. F.

11^{ème} Sciences

d) On considère maintenant que f va de $[0, +\infty[$ vers $[-\frac{9}{2}, +\infty[$. f est-elle surjective ?

Exercice 8:

- On considère les fonctions $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$ et $f(x) = \frac{x^2+1}{x+3}$.
Détermine l'ensemble de définition de $f \circ g$ et donne l'expression de $(f \circ g)(x)$.
- Soit f l'application définie par $f(x) = 2x^2 + 8x + 6$.
a) Donne la forme canonique de f .
b) Déterminer les images par f de $[-3; -1]$; et $[1, 3]$ et $[-3, 5]$.
c) Détermine les images réciproques par f de $\{0, 6, \frac{5}{2}\}$; $[6, 16]$.
- Soient a et b deux nombres réels. On considère les fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $f(x) = -2x + 3$ et $g(x) = ax + b$.
a) Pour tout nombre réel x , calculer $(g \circ f)(x)$ et $(f \circ g)(x)$.
b) Déterminer un couple (a, b) de nombre réels tel que : $g \circ f = f \circ g$.

Exercice 9 :

Soient f et g deux applications définies par :

$$f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$\text{et } g:]-\infty, 3] \rightarrow \mathbb{R}_+$$

$$x \mapsto \frac{2x+3}{-x+4}$$

$$x \mapsto \sqrt{3-x}$$

- Montre que f et g sont bijectives puis trouve leurs bijections réciproques.
- Trouve l'image directe par g de $I = \{-1; 2; 4\}$ et $J =]-\infty, 1]$.
- Trouve l'image directe par f de $A = [1, 2]$ et $B = [3; 4[\cup]4, +\infty[$.
- Détermine $D_{g \circ f}$ puis calcule $g \circ f$.

Exercice 10:

Soit $f: [-5; 0] \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 - 1$$

- f est-elle injective ? surjective ?
- Détermine B tel que f soit une bijection de $[-5; 0]$ dans B . Détermine alors f^{-1} . Fait les représentations graphiques de f et f^{-1} .

Exercice 11:

- Montre que les applications suivantes sont bijectives et explicite leurs bijections réciproques.

$$1) f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$2) g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$x \mapsto \frac{2x+5}{x-4}$$

$$(x, y) \mapsto (x - 2y; 2x - 5y + 2)$$

II. Détermine les conditions sur A et B , des sous-ensembles de $\mathbb{R}$ pour que l'application $f: A \rightarrow B$ soit bijective et explicite la bijection réciproque f^{-1}

1) $f: x \mapsto \frac{2x+5}{x-4}$; 2) $f: x \mapsto x^2 + 2x$

III. Soit la fonction g définie par $g: [-1; 1] \rightarrow E$

$$x \mapsto \sqrt{1-x^2}$$

Détermine E pour que g soit une surjection

IV. Soient $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ A-t-on $f \circ g = g \circ f$?
 $x \mapsto 3x + 1$ $x \mapsto x^2 - 1$

V. Soient f et g définies par : $f(x, y) = (2x + 5y; 2x + 2y)$ et $g(x, y) = (x + y; x - y)$. Détermine $g \circ f(x, y)$

Exercice 12 :

1) Soit $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ et $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ deux applications

$$(x, y) \mapsto (x, 2y)$$

$$(x, y) \mapsto (x + 1, y + 3)$$

a) Montre que f et g sont bijectives. Explicite f^{-1} et g^{-1}

b) Calcule $g \circ f$, $f^{-1} \circ g^{-1}$. Explicite $(g \circ f)^{-1}$. Conclure

2) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les applications f et g de P dans P qui et point $M(x, y)$ associe le point $M'(x', y')$ tel que

$$f: \begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = 4x + 8y \end{cases} \text{ et } g: \begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = -6x + 4y \end{cases}$$

f et g sont-elles injectives ? surjectives ? bijectives ?

Exercice 13 :

I. Soient les fonctions numériques f et g définies par :

$$f(x) = \text{Max}(x; 1 - 2x) \text{ et } g(x) = \text{Min}(x; 1 - 2x)$$

On rappelle que pour deux réels quelconques a et b , $\text{Max}(a; b)$ est le plus grand parmi a et b et $\text{Min}(a; b)$ est le plus petit parmi a et b .

1) Calcule $f(2)$; $f(-1)$; $f(4)$; $f(0)$; $g(5)$; $g(-3)$; $g(3)$; $g(0)$

2) Quels sont les ensembles de définition des fonctions f et g ?

3) Donne une expression de $f(x)$ et de $g(x)$ sans le symbole Max et Min

4) Pour quelle valeur de x a-t-on $g(x) = f(x)$?

II. Soient les fonctions h et t définies par sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = |2 - x| + |3x + 9| + 2$ et $t(x) = -4x - 5$.

Détermine la partie C de $\mathbb{R}$ sur laquelle h et t coïncident.

Wahabou
Aouf M. Agor

L.E.K.T
11^{ème} Sciences

III. Trouve la restriction à chacun des intervalles $[1; 2]$ et $[2; 3]$ de l'application $k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $k(x) = |x - 1| + |2 - x| - |x + 3|$

Exercice 14 :

I. Soit les f et g les fonctions définies par $f(x) = x^2 - 2x - 2$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$

1) Trouve l'image directe par f de $A = [2; 5]$; $A = [-3; 0]$ et $C = [-2; 3]$

2) Détermine $f^{-1}(0)$ et $f^{-1}([-2; 1])$

3) Détermine a et b tels que $g(x) = a + \frac{b}{x-1}$ et trouve $g([-2; 0])$ et

$g([-1; 2])$ et $g([2; +\infty])$

III. Détermine la nature des applications suivantes

1) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$; $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$x \mapsto x^2$

$x \mapsto (2x, 1 - x)$

Exercice 15 :

Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On considère les applications f et g :

$f: P \rightarrow P$

$M(x, y) \mapsto M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = 3x + 2y \\ y' = 4x + 5y \end{cases}$

$g: P \rightarrow P$

$M(x, y) \mapsto M'(x', y')$ tel que $\begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 6x - 4y \end{cases}$

Les applications f et g sont-elles injectives ? Surjectives ? bijectives ? (justifie ta réponse)



Ministère de l'Éducation Nationale
Académie d'enseignement BKO /RG

Aliou Dicko

République du Mali
Un Peuple - Un But - Une Foi

DATE:

11 NOVEMBRE 2021

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

SÉRIE :

11ème Sciences

DURÉE :

2 heures

COEF :04

Exercice 1.....8points

Les parties A et B sont indépendantes

A) Soit la fonction h définie par $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto x^2 - 3x + 7$$

1) Montre que $h(x) = (x - \frac{3}{2})^2 + \frac{19}{4}$ (0,5pt)

2) h est-elle injective ? surjective ? Bijective ? (justifie ta réponse) (1pt)

3) Trouve l'image directe $h([-3; 5])$ (1pt)

4) Détermine l'image réciproque par h de l'intervalle $[1; 3]$ (1pt)

5) On définit l'application $h_1: \mathbb{R} \rightarrow [\frac{19}{4}; +\infty[$

$$x \mapsto h(x)$$

h_1 est-elle surjective ? (justifie) (1pt)

B) Soit la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{-7x^2 - 42x - 30}{x^2 + 6x + 9}$$

1) Détermine le domaine de définition Df de f (0,5pt)

2) On pose $A = Df$

Trouve l'ensemble B image de A par f (0,75pt)

3) On donne la fonction $g: A \rightarrow B$

$$x \mapsto f(x)$$

a) Détermine les images directes par g de chacun des ensembles suivants :

$$E = \{-3; 0; 1\}; F = [-7; 2]; G = [3; 5[\quad (1,25pt)$$

b) Détermine l'image réciproque par g de $H =]-1; 5]$ (1pt)

Exercice 2.....6points

Soit la fonction affine g définie sur $[-1; 5]$ par :

$$g(x) = |x - 1|, \text{ si } x \in [-1; 3]$$

$$g(x) = \frac{5x-11}{2} \text{ si } x \in [3; 5]$$

1) Représente la fonction g dans le plan muni d'un repère orthonormé (2pts)

2) Cherche graphiquement l'image par g de $]0; 5]$ (2pts)

3) Détermine graphiquement l'image réciproque par g de $\{0\}; [-1; 5]$ (2pts)

Exercice 3.....6points

1) Montre que $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ est une bijection et détermine sa bijection réciproque

$$(x; y) \mapsto (x + 3; y - 2)$$

2) Soit $f: [-1; 1] \rightarrow A$

$$x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$$

Détermine A pour que g soit surjective (2pts)

3) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \sqrt{2x - 1} \quad x \mapsto \frac{3x+4}{2-x}$$

a) Détermine $Df; Dg; Df \circ g; Dg \circ f$ (2pts)

b) Détermine $f \circ g(x)$ et $g \circ f(x)$ (2pts)



Académie d'enseignement
Bamako rive gauche
Année scolaire 2021/2022

Travaux Dirigés sur les Equations-Inéquations-Systèmes
Niveau 11^{ème} S

Enoncé 1

- I) Soit l'équation (E): $x^2 + (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$
Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de (E)
- II) Soit l'équation (E): $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 2m + 2 = 0$, où m est un paramètre réel
- 1) Déterminer m pour que -1 soit solution de (E)
 - 2) Déterminer m pour que (E) admet deux solutions de signes contraires
 - 3) Déterminer m pour que (E) admet deux solutions négatives
 - 4) Déterminer m pour que $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + 2m + 2 > 0$
 - 5) Trouver une relation indépendante de m entre les solutions s'ils existent de (E)
 - 6) Sachant que x_1 et x_2 sont les solutions de (E), déterminer en fonction de m $A = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$, $B = \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$

Enoncé 2

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes
 - a) $x^4 + x^2 - 6 = 0$
 - b) $\sqrt{x+1} > 5 - x$
 - c) $\sqrt{3-x} = x - 1$
 - d) $\sqrt{3(x^2 - 1)} \leq 2x - 1$
- 2) Résoudre en utilisant un changement d'inconnues dans $\mathbb{R}^2$, les systèmes
 - a)
$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{5}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$$
 - b)
$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = 12 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$, les systèmes
 - a)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 5 \\ xy = -6 \end{cases}$$
 - b)
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$$
 - c)
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = -7 \\ x + y = -1 \end{cases}$$
- 4) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, les systèmes
 - a)
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z = -11 \\ 4x + y - 2z = -8 \\ x - 2y + z = -2 \end{cases}$$
 - b)
$$\begin{cases} x - 2y + z = -5 \\ -x + y + 2z = -4 \\ 2x - y - z = 5 \end{cases}$$
 - c)
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -2 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - 2y = \sqrt{2} \\ y - 2z = \sqrt{2} \\ z - 2x = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{7} = \frac{z}{13} \\ x + 2y + 3z = 174 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 3x + y + z = -5 \end{cases}$$

5) Résoudre et discuter suivant les valeurs de m

$$\begin{cases} (m-1)x - 2y = m \\ 4x - (m+1)y = m+1 \end{cases}$$

Enoncé 3

1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$

$$a) \begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y = -1 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = 6 \end{cases}$$

2) On considère l'équation $2x^2 + 3x - 7 = 0$

Sans calculer les racines x' et x'' , déterminer $x'^2 + x''^2$; $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''}$; $x'^3 + x''^3$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$a) \frac{3x^2 + 8x - 11}{2x^2 + 5x - 7} \geq 1$$

$$b) x^2 - 13x - 48 \leq 0$$

$$c) 3x^2 + x + 7 > 0$$

Enoncé 4

- Il y'a cinq ans Oumar était quatre fois plus âgé que Amadou, et à présent il est trois fois plus âgé que lui. Déterminer l'âge d'Amadou et celui de Oumar.
- Le produit de l'âge de Fatoumata et de celui de son père est 630, il y'a deux ans ce produit était égal à 520. Quel est l'âge de Fatoumata et celui de son père ?

Enoncé 5

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$a) x^2 - 4x - 96 = 0$$

$$b) x^2 - 70x + 1200 = 0$$

2) On doit partager une somme de 30 000f entre un certain nombre de personnes. S'il y avait 4 personnes de moins, la part de chacune serait augmentée de 1250f. Déterminer le nombre de personne au départ.

3) Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire de périmètre 140m et de diagonale 50m.

Enoncé 6

- Trouver trois nombres entiers impairs consécutifs sachant que la somme de leurs carrés est égale à 251.
- Déterminer un nombre entier de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10 et tel qu'en permutant les deux chiffres le nombre augmente de 54.
- Oumar a 575f en pièces de 25f et 50f. Il a en tout 16 pièces. Combien a-t-il de pièces de chaque sorte ?
- Un rectangle a pour dimensions 160m et 120m. De quelle longueur faut-il augmenter le plus grand côté et diminuer le plus petit pour réduire la surface de moitié

Di'cko



INTERROGATION ECRITE N°1

Classe: 11^{ème} S Durée :45mn

1) Résous dans $\mathbb{R}$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\frac{x^2 - x - 1}{x + 2} = 2x + 3$$

$$\frac{x^2 - x - 4}{2x^2 - x - 3} > 2$$

$$(x^2 + 3x + 5)^2 > 16$$

2) Soit l'équation du second degré $x^2 + (k - 2)x + k - 6 = 0$
Déterminer les valeurs possibles de k pour que l'équation ait deux racines négatives.

3) Soit le trinôme $f(x) = x^2 - 13x - 48$

a) Sans résoudre l'équation $f(x) = 0$; détermine les valeurs de
 $x' + x''$; $x'x''$; $\frac{1}{x'} + \frac{1}{x''}$; $\frac{1}{x'^2} + \frac{1}{x''^2}$; $(x' + 2)(x'' + 2)$

NB : x' et x'' étant les solutions de l'équation $f(x) = 0$

b) Comparer le réel $\alpha = 2$ aux solutions de l'équation $f(x) = 0$

Académie d'Enseignement de Kati		République du Mali	
Comité Pédagogique de Mathématiques		Un Peuple - Un But - Une Foi	
*****LYCEE PRIVE ALOU KONE DE KALABAN CORO*****			
*****LPAKK*****			
Contrôle du 22 Avril 2021			
EPREUVE DE :	CLASSE: 1 ^{ère} SC	COEFF : 04	ANNEE SCOLAIRE : 2020-2021
Mathématiques			DEPLI : 01H

Questions de cours : ----- (6points)

1- Définis les mots ou expressions suivant(e)s : fonction ; ensemble de définition d'une fonction ; application ; application bijective.

2- Réponds par Vrai (V) ou Faux (F) tout en corrigeant celles qui sont fausses :

a-) Toute fonction est une application.

b-) Toute application à la fois injective et surjective est une bijection.

c-) L'application réciproque d'une bijection n'est pas une bijection.

d-) La courbe représentative d'une bijection et sa bijection réciproque sont symétriques par rapport à la seconde bissectrice.

Exercice : ----- (5points)

Soit la fonction polynôme g définie par $g(x) = 8x^4 - 14x^3 - 69x^2 - 14x + 8$.

1- a-) Vérifie que 0 n'est pas un zéro de g .

b-) Montre que si un nombre réel α est un zéro de g , alors $\frac{1}{\alpha}$ est aussi un zéro de g .

2- a-) Calcule $g(-2)$; en déduire un autre zéro de g .

b-) Résous dans $\mathbb{R}$, $g(x) = 0$.

3- Trouve l'image réciproque par g de l'intervalle $I =]-\infty ; 0]$.

Problème : ----- (9points)

1- On considère le polynôme Q définie par $Q(x) = 4x^4 + 8x^3 - 21x^2 - 18x + 27$.

a-) Vérifie que 1 et -3 sont des racines de Q .

b-) Factorise Q à l'aide de polynômes de premier degré.

c-) Résolve dans $\mathbb{R}$ l'équation $4(x-3)^4 + 8(x-3)^3 - 21(x-3)^2 - 18(x-3) + 27 = 0$.

2- Soit le polynôme K définie par : $K(x) = 26x^3 - 7x^2 - 36x + 8x^4 + 9$.

a-) Factorise le polynôme K à l'aide de polynômes de premier degré.

b-) Détermine l'image réciproque par K de $]0 ; +\infty[$.

3- On considère à présent la fonction f définie par : $f(x) = \frac{K(x)}{Q(x)}$, simplifie $f(x)$.

4- Soit g la fonction de $\mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ vers A telle que : $g(x) = \frac{4x-1}{2x-3}$.

a-) Détermine les images réciproques par g de 0 et 3.

b-) Détermine les réels α et β tels que : $g(x) = \alpha + \frac{\beta}{2x-3}$.

c-) Détermine $g^{-1}([4 ; 6])$ et $g([5 ; 6])$.

d-) Détermine A pour que g soit surjective puis montre que g est injective.

e-) Déduisez-en que g est bijective et détermine sa bijection réciproque g^{-1} .

Exercices

Exercice 1

Le champ de gravitation créé par une masse ponctuelle M est donné par :

$$\vec{g}(A) = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{OA}; r = \overline{OA}$$

1. Que représente le vecteur $\vec{g}(A)$?
2. Où la masse ponctuelle M est-elle située ?
3. Que représente le vecteur $\vec{u}_{OA}$?
4. Préciser les unités de chaque grandeur.

Exercice 2

Le champ de gravitation créé par une répartition de masse M de symétrie sphérique est donné par :

$$\vec{g}(A) = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_{OA}; r = \overline{OA}$$

1. Où est situé le point O ?
2. Quelle est la condition de validité de cette relation ?
3. Comparer cette relation avec celle du champ créé par une masse ponctuelle M . Conclure.

Exercice 3

La Lune est considérée comme un corps à répartition de masse de symétrie sphérique. Son rayon est $R_L = 1740 \text{ km}$ et sa masse est $M_L = 7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$.

1. Donner l'expression du vecteur champ de gravitation de la Lune à une distance $r \geq R_L$ de son centre.

2.

- a. Calculer la valeur du champ de gravitation lunaire à la surface de la Lune.
 - b. La comparer à la valeur du champ de gravitation terrestre g_{0T} à la surface de la Terre.
3. Lors de la dernière mission lunaire (APOLLO XVII) les astronautes ont ramené 117kg de roches.

Quel était le poids de ces roches :

- a. À la surface de la Lune ;
- b. À la surface de la Terre.

On donne : $g_{0T} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$;
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Exercice 4

La Terre et la Lune sont assimilables à des corps à répartition sphérique de masse.

1. Écrire l'expression littérale du champ de gravitation à la surface de chacun des corps. On notera g_{0T} et g_{0L} respectivement les champs à la surface de la Terre et de la Lune.

2. Établir l'expression littérale du rapport $\frac{g_{0T}}{g_{0L}}$.

3. Calculer numériquement ce rapport.

4. La distance entre la Terre et la Lune est $d = 384\,000 \text{ km}$.

Entre la Terre et la Lune, il existe un point où le champ de gravitation de la Lune compense celui de la Terre. Déterminer la position de ce point.

Terre	Lune
$M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	$M_L = 7,34 \cdot 10^{22} \text{ kg}$
$R_T = 6\,380 \text{ km}$	$R_L = 1\,740 \text{ km}$

Exercice 5

1. Connaissant le rayon de la Terre $R_T = 6370 \text{ km}$ et la valeur du champ de gravitation à sa surface $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$. Calculer la masse de la Terre.

On donne : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

2. Exprimer le champ de gravitation à l'altitude h en fonction R_T , g_0 et h .

3. Calculer sa valeur pour $h_1 = 200 \text{ km}$;
 $h_2 = 5000 \text{ km}$ et $h_3 = 36\,000 \text{ km}$.

Exercice 6

La force que la Terre de masse M et de rayon R exerce sur un corps de masse m est donnée par :

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

G est la constante de gravitation et r la distance de l'objet au centre de la Terre

1. Exprimer la force de gravitation à l'altitude h en fonction de G , M , m , R et h .
2. En déduire une expression de cette force en fonction de M , m , R , h et g_0 . Où g_0 est la valeur du champ gravitationnel à la surface de la Terre.
3. Exprimer le champ de gravitation à l'altitude h en fonction de R , h et g_0 .
4. À quelle altitude, le champ de gravitation a-t-elle le neuvième de sa valeur au sol.

On donne $R = 6\,400 \text{ km}$ et $g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

Exercice 7

On admet que la Terre est une répartition sphérique de masse.