

Exercices d'analyse (fonctions, continuité, suites)

3 Soit une droite $(\mathcal{D})$ et O un point extérieur à $(\mathcal{D})$. Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 2, on se propose de déterminer le nombre u_n de triangles que l'on obtient en reliant n points de la droite $(\mathcal{D})$ au point O .

1. Déterminer u_2 , u_3 et u_4 .

2. Conjecturer une relation entre u_{n+1} et u_n .

Vérifier : que $u_9 = 36$ et $u_{10} = 45$.

Consigne 1:

1- soit $f(x) = \frac{x-2}{2x}$,

- a) Détermine Df puis en déduis si f est définie en 1 et en 0 ;
- b) Calcule la limite de f en 1 et en 0 ;
- c) Compare limite de f en 1 et f(1) ;
- d) Si f est définie en x_0 et limite de f en x_0 est égale à $f(x_0)$ alors f est continue en x_0 . *La fonction f est elle continue en $x_0 = 1$? ; en $x_0 = 0$, ?*

2- Soit f une fonction définie par $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+2}}$

- a) Déterminer le domaine de définition de f ;
- b) f est-elle continue en $x_0 = 2$?

Exercice 1:

Soit l'application $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \longmapsto x^2 - 3x + 1$$

Détermine l'image réciproque par f

de $] -3; 3[$

Problème:

Soit la fonction f définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où $a, b, c, d \in \mathbb{R}$

1°) Calculer $f'(x)$. 2°) Déterminer a, b, c et d sachant que $f(1) = 0$; $f(2) = -1$

$f'(1) = 0$ et $f'(2) = 0$

3°) Etudier les variations de f .

4°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. Déduisez-en le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

5°) Trouver une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f au point d'abscisse $x_0 = \frac{3}{2}$

6°) Compléter le tableau suivant:

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

7°) Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$

8°) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre m , l'existence et le signe des solutions de l'équation $f(x) = m$.

Exercice 23

On considère le polynôme f_m définie par :

$$f_m(x) = (m^2 - 5m + 6)x^2 + (m^2 - 6m + 9)x + 5m^2 - 30m + 45) .$$

1. Détermine les valeurs de m si possible pour lesquelles f_m admet :

- a) Deux racines distinctes.
- b) Deux racines de signe contraires.
- c) Deux racines opposées.
- d) Une racine simple.
- e) Deux racines de même signe.
- f) Une seule racine nulle.

2. Détermine suivant les valeurs de m le nombre et le signe des racines de f_m .

3. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation $(E_m) : f_m(x) = 0$.

4. On donne l'équation $(E'_m) : x^4 + (m^2 - 6m + 9)x^2 + 5m^2 - 30m + 45 = 0$

Détermine les valeurs de m si possible pour lesquelles l'équation (E'_m) admet :

- a) Deux racines distinctes.
- b) Trois racines distinctes.
- c) Quatre racines distinctes.
- d) Une seule racine nulle.

Problème 4 :

1) Aux trois réels a, b et c on associe la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x}$

On désigne par (C) la courbe représentative dans un repère orthonormé.

Détermine les constante a, b et c pour que (C) passe par les points $A(1; -2)$; $B(-4; 8)$ et admet au point $x = 2$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-x^2+3x-4}{x}$.

a) Etudie les variations de la fonction f .

b) Montre que le point d'intersection I des asymptotes est un centre de symétrie de la courbe (C).

c) Etudie la position de (C) par apport à son asymptote oblique (Δ).

d) Construis la droite (Δ) et la courbe (C).

e) Discute graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solution de l'équation :

$$-x^2 + (3 - m)x - 4 = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

$$4a^2x^2 + 4abx + b^2 = b^2 - 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

$$2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$