



Exercices d'entraînement

Classe : 11^{ème} S

Chapitre : Géométrie plane

Exercice 01

Dans le plan muni d'une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, on considère la droite

$(D_m) : mx + (2m-1)y + 2 - m = 0$, la droite $(D) : 7x - 3y + 1 = 0$ et le point $B(0; \frac{1}{2})$

- 1) Construire les droites (D_0) , (D_1) et (D_{-1})
- 2) Précise trois vecteur directeurs et trois vecteurs normaux de (D_0) , (D_1) et (D_{-1})
- 3) Précise si possible la pente de (D_0) , (D_1) et $(D_{\frac{1}{2}})$
- 4) Calcule $d(B; D_1)$
- 5) Déterminer les valeurs de m pour que :
 - a) $d(B, D_m) = \frac{3\sqrt{2}}{4}$.
 - b) (D_m) et (D) soient perpendiculaires.
 - c) (D_m) et (D) soient parallèles.
 - d) $B \in (D_m)$.
- 6) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par B et orthogonale à (D_1) .
- 7) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par B et parallèle à (D_1) .

Exercice 02

- 1) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 4$ et $\|\vec{v}\| = 5$. Déterminer le réel x pour que :
 - a) $(x\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 13$
 - b) $(x\vec{u} + \vec{v})^2 = 34$
 - c) $(x\vec{u} + \vec{v}) \cdot (x\vec{u} + \vec{v}) = 23$
- 2) Dans le plan muni d'une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j})$, on considère les droites vectorielles $D_{\vec{u}}$ et $D_{\vec{v}}$ engendrées respectivement par les vecteurs $\vec{u} = (m+2)\vec{i} - 2\vec{j}$ et $\vec{v} = -2m\vec{i} - (m+2)\vec{j}$. Déterminer l'ensemble des valeurs de m pour que :
 - a) $D_{\vec{u}} = D_{\vec{v}}$
 - b) $D_{\vec{u}}$ et $D_{\vec{v}}$ soient orthogonales

Exercice 03

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; I; J)$.

- 1) Trouver une représentation paramétrique du cercle (C) d'équation :
$$x^2 + y^2 + 7x - 4y - 5 = 0$$
- 2) On donne les points $A(2; 3); B(-7; 5)$
 - a) Trouver une équation paramétrique du cercle (C_1) de diamètre $[AB]$



- b) Déterminer et construire si possible l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que : $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{5}$
- c) Trouver la distance du point $C(-1; -3)$ à la droite (AB)
- d) Déterminer et construire si possible l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que : $-2MA^2 + 6MB^2 = 100$
- e) Déterminer et construire si possible l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que : $-3MA^2 + 3MB^2 = -12$
- f) Discuter suivant les valeurs de k l'ensemble (E_1) des points M du plan tels que : $2MA^2 - MB^2 = k$

Exercice 04

Soit ABC un triangle tel que $AB = 3cm$; $AC = 4cm$; $BC = 5cm$

- 1) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $(A, 5); (B, -3); (C, 2)$.
- 2) On donne l'application f de P dans P définie par : $f(M) = 5MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2$
 - a) Discuter suivant les valeurs de k l'ensemble (E_k) des points M du plan tels que : $f(M) = k$
 - b) Déterminer et construire si possible l'ensemble (E) des points M du plan tels que : $f(M) = -25$

Exercice 05

Dans le plan P est rapporté à un repère (O, I, J) , on donne les points $A(1; 0); B(0; 1); C(2, 1)$.

- 1) Calculer $\|\overline{AB}\|$; $\|\overline{AC}\|$; $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$. En déduire la nature du triangle ABC .
- 2) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $A; B$ et C affectés respectivement des coefficients : $2; 1; 1$.
- 3) Montrer que pour tout point M du plan, on a : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + GC^2 + GB^2 + 2GA^2$
- 4) Calculer $GA; GB$ et GC puis déterminer et construire l'ensemble (D) des points M du plan P tels que : $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4$
- 5) Calculer la distance de G à la droite (Δ) d'équation : $3x + 4y - \frac{5}{2} = 0$. Que peut-on conclure ?
- 6) Montrer que l'ensemble (E) des points M tels que : $d(M, (\Delta)) = d(M, (AB))$ est la réunion de deux droites (D_1) et (D_2) orthogonales appelées bissectrices de (Δ) et (AB)
- 7) Trouver les coordonnées du point H pour que $ABHC$ soit un carré.
- 8) Calculer l'aire et le périmètre du carré $ABHC$.
- 9) Trouver les coordonnées du point G_1 centre de gravité du triangle ABC .
- 10) Calculer $AG_1; BG_1$ et CG_1 .
- 11) Trouver une équation paramétrique du cercle (C_1) de centre A et passant par C .



- 12) Trouver une équation cartésienne de la droite (Δ_1) passant par C et tangente au cercle (C_1) .
- 13) Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC , le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon r du cercle inscrit au triangle ABC .
- 14) Tracer (Δ_1) et (C_1) .
- 15) déterminer et construire si possible l'ensemble (F) des points M du plan P tels que :
 - a) $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{4}$
 - b) $-3MA^2 + 5MB^2 = 9$
 - c) $-8MA^2 + 8MB^2 = -24$
 - d) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3$

Exercice 06

les parties 1,2 et 3 sont indépendantes

- 1) Soit A, B, C et D quatre points du plan P tels que $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$. Montrer que D est barycentre des points $(A, a), (B, b)$ et (C, c) . Construire le point D .
- 2) Soit A et B deux points du plan P tels que $AB = 4$ et f l'application définie par $f : P \rightarrow \mathbb{R}$
 $M \mapsto 3MA^2 + 6MB^2$
Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $f(M) = 120$
- 3) Soit A, B et C trois points non alignés de P et G bar $\{(A, -3); (B, 1); (C, 1)\}$.
 - a) Démontrer que A est le centre de gravité du triangle GBC .
 - b) Construire G .

Exercice 07

Soit deux points A et B tels que $AB = 5$ cm

- 1) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $(A, 4)$ et $(B, 1)$.
- 2) Déterminer l'ensemble (E) des points M du plan tel que $4MA^2 + MB^2 = 40$
- 3) Soit l'ensemble (F) des points M du plan P tel que $4MA^2 - MB^2 = k, k$ un réel.
 - a) Discuter suivant les valeurs de k l'ensemble des points de (F) .
 - b) Déterminer la valeur de k pour que G soit élément de (F) .
- 4) Déterminer l'ensemble (H) des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Exercice 08

Soit ABC un triangle tel que $AB = 10$ cm; $AC = 6$ cm; $BC = 8$ cm

- 1) Tracer ce triangle. Déterminer en degré la mesure de chaque angle du triangle ABC .
En déduire la nature du triangle ABC .
- 2) Déterminer la longueur de chaque médiane du triangle ABC .
- 3) Calculer l'aire et le périmètre du triangle ABC .
- 4) Déterminer IA avec I le centre de gravité du triangle ABC .
- 5) Déterminer le rayon R du cercle circonscrit et le rayon r du cercle inscrit au triangle ABC .
- 6) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $(A, 1); (B, -2); (C, 3)$.
- 7) On donne l'application f de P dans P définie par $f(M) = MA^2 - 2MB^2 + 3MC^2$



- 8) Discuter suivant les valeurs de k l'ensemble (E_k) des points M du plan tels que :
 $f(M) = k$
- 9) Déterminer et construire si possible l'ensemble (E) des points M du plan tels que :
 $f(M) = 8$

Exercice 09

Dans le plan P est rapporté à un repère (O, I, J) , on donne les points $A(1; 2); B(-1; 3); C(2; -3)$.

- 1) Calculer $\|\overline{AB}\|$; $\|\overline{AC}\|$; $\|\overline{BC}\|$; $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$; $\overline{CB} \cdot \overline{AC}$; $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$.
- 2) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $A; B$ et C affectés respectivement des coefficients $-3; 5; 2$.
- 3) Montrer que pour tout point M du plan, on a :
 $-3MA^2 + 5MB^2 + 2MC^2 = 4MG^2 + 2GC^2 + 5GB^2 - 3GA^2$
- 4) Calculer $GA; GB$ et GC puis déterminer et construire si possible l'ensemble (D) des points M du plan P tels que : $-3MA^2 + 5MB^2 + 2MC^2 = 7$
- 5) Calculer la distance de G à la droite (Δ) d'équation : $x + y - 7 = 0$.
- 6) Déterminer une équation cartésienne puis une représentation paramétrique du cercle de Diamètre $[AB]$.
- 7) Trouver les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC .
- 8) Trouver les coordonnées du point G_1 centre de gravité du triangle ABC .
- 9) Calculer $AG_1; BG_1$ et CG_1 .
- 10) Trouver une équation paramétrique du cercle (C_1) de centre A et passant par C .
- 11) Trouver une équation cartésienne de la droite (Δ_1) passant par C et tangente au cercle (C_1) .
- 12) Calculer le périmètre et l'aire du triangle ABC , le rayon R du cercle circonscrit au triangle ABC et le rayon r du cercle inscrit au triangle ABC .
- 13) Tracer (Δ_1) et (C_1) .
- 14) déterminer et construire si possible l'ensemble (F) des points M du plan P tels que :
b) $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ b) $-MA^2 + 2MB^2 = 7$ c) $-7MA^2 + 7MB^2 = -14$
d) $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 7$ e) $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = 6$
- 15) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ_2) médiatrice du segment $[AB]$. En déduire une représentation paramétrique de (Δ_2) , un vecteur directeur, un vecteur normal et la pente de (Δ_2) .
- 16) Déterminer $(\Delta_2) \cap (C_1)$.
- 17) Déterminer l'ensemble (E_k) des points M tel que :
 $x^2 + y^2 - 2kx - 4ky + 4k^2 + 1 = 0$. Construire (E_2)



Lycée les Castors
Comité Pédagogique de Mathématiques

Exercice 10

18) (Equation du cercle inscrit dans le triangle

Dans le plan P est rapporté à un repère (O, I, J) , on donne les points

$A(4; 7); B(-12; -5); C(13; -5)$

- 1) Déterminer une équation cartésienne des droites $(AB), (AC), (BC)$.
- 2) Déterminer une équation cartésienne des bissectrices intérieures du triangle ABC .
- 3) Vérifier que ces trois droites sont concourantes en un point Ω appelé centre du cercle inscrit au triangle ABC . En déduire une équation cartésienne du cercle (C_1) inscrit dans le triangle ABC .
- 4) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) normale à la droite (AB) et passant par $D(1; 2)$
- 5) Déterminer une équation cartésienne normale à la droite (AB) .
- 6) Construire le triangle ABC et (C_1)
- 7) Déterminer les coordonnées de G centre de gravité du triangle ABC .
- 8) Déterminer et construire si possible l'ensemble des points $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 7$

Exercice 11

- 1) EFG est un triangle tel que $EF = g$; $FG = e$ et $EG = f$. On donne $A = 3\text{cm}^2$ l'aire du triangle EFG ; $f = 3\text{cm}$ et $\text{mes}(\hat{E}) = 45^\circ$.
 - a) Calculer g et e
 - b) Calculer $\text{mes}(F)$ et $\text{mes}(G)$.
 - c) Calculer $\overline{GE} \cdot \overline{FG}$ et les rayons des cercles circonscrit et inscrit au triangle EFG .

Exercice 12

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs quelconques du plan, x un réel donné

- 1- Développer l'expression $f(x) = (x\vec{u} + \vec{v})^2$. On obtient ainsi un trinôme du second degré en x . Quel est le signe de $f(x)$?
- 2- Justifier que le discriminant de ce trinôme est toujours négatif. En déduire que $|\vec{u} \cdot \vec{v}| \leq \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|$. Cette inégalité est connue sous le nom d'inégalité de Cauchy Schwartz.

Lycée les CASTORS

DEVOIR N° 3

Année : 2018-2019

Epreuve de Mathématiques :

Série : 11S

Durée : 3 heures

Exercice :1 (5 pts)

Soit ABC un triangle équilatéral tel que $AB = 8\text{ cm}$

- 1) Détermine et construis le barycentre G des points pondérés $(A, 4); (B, -1); (C, 1)$. (1pt)
- 2) On donne l'application f de P dans P définie par : $\forall M \in P, f(M) = 4MA^2 - MB^2 + MC^2$
 - a) Démontre que $\forall M \in P, f(M) = 4MG^2 - GB^2 + GC^2 + 4GA^2$ (1pt)
 - b) Calcule GA^2, GB^2 et GC^2 (1pt)
 - c) Discute suivant les valeurs de k l'ensemble (E_k) des points M du plan tels que : $f(M) = k$ (2 pts)



Lycée les Castors
Comité Pédagogique de Mathématiques

Exercice :2 (5pts)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4\text{cm}$; $AC = 3\text{cm}$; $BC = 6\text{cm}$

- 1) Trace ce triangle. Déterminer en degré la mesure de chaque angle du triangle ABC . (1pt)
- 2) Détermine la longueur de chaque médiane du triangle ABC . (1pt)
- 3) Calcule l'aire et le périmètre du triangle ABC . (1pt)
- 4) Détermine IA avec I le centre de gravité du triangle ABC . (1pt)
- 5) Détermine le rayon R du cercle circonscrit et le rayon r du cercle inscrit au du triangle ABC . (1pt)

Problème : (10 pts)

Dans le plan P rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(-1; -1)$; $B(3; 1)$; $C(4; 5)$.

- 1) Calcule $\|\overrightarrow{AB}\|$; $\|\overrightarrow{AC}\|$; $\|\overrightarrow{BC}\|$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$. (1pt)
- 2) Détermine et construis le barycentre G des points pondérés A ; B et C affectés respectivement des coefficients : 4 ; -2 ; -1 . (0,5pt)
- 3) Discute suivant les valeurs k de l'ensemble (D) des points M du plan P tels que : $4MA^2 - 2MB^2 - MC^2 = k$. En déduis l'ensemble (D) puis construire (D) pour $k = -294$ (1pt)
- 4) Calcule la distance de G à la droite (Δ) d'équation : $x - 4y + 3 = 0$. (0,5pt)
- 5) Détermine une équation cartésienne puis une représentation paramétrique du cercle de Diamètre $[AC]$. (1pt)
- 6) Trouve les coordonnées du point H orthocentre du triangle ABC . (1pt)
- 7) Trouve les coordonnées du point G_1 centre de gravité du triangle ABC . (0,5pt)
- 8) Trouve une équation paramétrique de la droite (BC) . (0,5pt)
- 9) Trouve une équation paramétrique du cercle (C_1) de centre B et passant par A . (0,75 pt)
- 10) Trouve une équation cartésienne de la droite (Δ_1) passant par C et d'angle orienté $\frac{\pi}{3}$ (0,5 pt)
- 11) Trace (Δ_1) et (C_1) . (0,75pt)
- 12) détermine les ensemble (F) des points M du plan P tels que :
a) $-6MA^2 + 6MB^2 = -17$ (0,5pt) b) $2MA^2 + 2MB^2 = -18$ (0,5 pt)
- 13) Détermine l'ensemble (E_k) des points M tel que : $x^2 + y^2 - 2kx - 4ky + 4k^2 + 1 = 0$. Construis (E_2) (1pt)

Lycée les CASTORS

DEVOIR N° 3

Année :2015-2016

Epreuve de Mathématiques :

Série : 11S

Durée : 3 heures

Exercice :1 (5pts)

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 7\text{ cm}$ et $BC = 5\text{ cm}$.

- 1- Quelle est la nature du triangle ABC ? (0,5pt)



Comité Pédagogique de Mathématiques

- 2- Construire le triangle ABC . (0,5pt)
- 3- Calculer en degré la mesure de chaque angle du triangle ABC . (1pt)
- 4- Soit G le centre de gravité du triangle ABC. Calculer: AG, BG, CG . (1,5pts)
- 5- Calculer l'aire, le périmètre, le rayon R du cercle circonscrit et le rayon r du cercle inscrit au triangle ABC . (1,5pts)

Exercice :2 (5pts)

On donne A et B deux points du plan tels que $AB=4$ cm.

Déterminer et construire si possible l'ensemble des points M vérifiant :

- 1- $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ (2pts)
- 2- $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MB} = 7$ (1,5pts)
- 3- $-3MA^2 + 3MB^2 = 18$ (1,5pts)

Problème : (10pts) Les parties A et B sont indépendantes

Partie A :

Soit IJK un triangle équilatéral de côté 6 cm .

- 1- Construire ce triangle. (0,75pt)
- 2- Déterminer et construire G l'isobarycentre des points I, J, K . (0,75pt)
- 3- Soit l'application g définie par pour tout point M du plan : $g(M) = MI^2 + MJ^2 + MK^2$
 - a) Démontrer que $g(M) = 3MG^2 + GI^2 + GJ^2 + GK^2$. (0,75pt)
 - b) Calculer GI^2 , GJ^2 , GK^2 . (0,75pt)
 - c) Discuter suivant les valeurs de t de l'ensemble (E) des points M vérifiant :
 $g(M) = t$ avec t un réel. (1pt)
 - d) Déterminer et construire (E) pour $t=84$. (1pt)

Partie B :

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,i,j) . On donne les points A(1;2) , B(2;5) et C(4;3) .

- 1- Calculer AB, AC et BC . En déduire la nature du triangle ABC . (0,75pt)
- 2- Déterminer les coordonnées du point D pour qu'ABDC soit un parallélogramme (0,75pt)
- 3- Calculer l'aire du parallélogramme ABDC. (0,5pt)
- 4- Déterminer les coordonnées de H barycentre des points A,B et C affecté des coefficients respectifs : 1 ; 2 ; 1 . (0,5pt)
- 5- Trouver une équation paramétrique du cercle (ℓ) de centre A et passant par le point D. (0,75pt)
- 6- Trouver une équation cartésienne de la droite (Δ) tangente au cercle(ℓ) en D . (1pt)
- 7- Placer les A,B,C et D puis tracer (Δ), (ℓ) (0,75pt)