

Recueil d'Exercices de Mathématiques

11^{ème} Sciences

Programme du Mali

Exercices progressifs pour chaque chapitre

Inspiré des œuvres de **Adama Traoré**, Professeur Lycée Technique Bamako

Légende des niveaux de difficulté



Niveau 1 – Application directe du cours.



Niveau 2 – Entraînement.



Niveau 3 – Approfondissement.

⌚ 15 min **Temps estimé** : chaque exercice indique une durée approximative.

Travaille les exercices dans l'ordre : maîtrise d'abord le niveau 1, puis passe au niveau 2, et enfin au niveau 3.

Table des matières

1	Généralités sur les Applications	5
2	Fonctions Polynômes et Rationnelles	7
3	Fonctions Numériques – Opérations et Fonctions Associées	9
4	Limites et Continuité	11
5	Dérivées de Fonctions Numériques	13
6	Études de Fonctions Numériques	15
7	Primitives de Fonctions	17
8	Suites Numériques	19
9	Dénombrement	21
10	Probabilités	23
11	Produit Scalaire et Géométrie Analytique Plane	25

Chapitre 1

Généralités sur les Applications

⊙ **Durée estimée : 2h00**

8 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 1.1

★★★ ⊙ 15 min

Soient les ensembles $A = \{1, 2, 3\}$ et $B = \{a, b, c, d\}$. On définit la relation f par : $f(1) = b$, $f(2) = d$, $f(3) = a$.

- a) Représenter f par un diagramme sagittal.
- b) L'élément $c \in B$ a-t-il un antécédent par f ?
- c) f est-elle une application ? une injection ? une surjection ?

Exercice 1.2

★★★ ⊙ 15 min

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2x - 7$.

- a) Calculer l'image de 3, de -1 et de 0 par f .
- b) Déterminer l'antécédent de 5, de 0 et de -3 par f .
- c) f est-elle bijective ? Si oui, déterminer f^{-1} .

Exercice 1.3

★★★ ⊙ 15 min

Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = x^2 - 4$.

- a) Déterminer $f(\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\})$ (image directe).
- b) Déterminer $f^{-1}(\{0\})$ et $f^{-1}(\{5\})$ (images réciproques).
- c) f est-elle injective de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$? Justifier.

Exercice 1.4

★★★ ⊙ 25 min

Soit $f : [\frac{3}{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- b) Montrer que f est injective.
- c) Déterminer l'image de f , c'est-à-dire $f([\frac{3}{2}, +\infty[)$.

Exercice 1.5

★★★ ⊙ 25 min

Soit $f : [\frac{3}{2}, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$ définie par $f(x) = \sqrt{2x-3}$.

- a) Montrer que f est bijective.
- b) Déterminer la bijection réciproque f^{-1} .
- c) Calculer $f^{-1}(3)$ et $f^{-1}(0)$.

Exercice 1.6

★★★ ⊙ 25 min

Soit l'application $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow I$ définie par $f(x) = \frac{4x}{x^2+2}$.

- a) Déterminer l'image directe par f de $A = \mathbb{R}^+$, $B = [2, 6]$ et $C = \{0, 2, 6\}$.
- b) Déterminer l'image réciproque par f de $P = [2, 10]$ et $K =]3, 4[$.
- c) f est-elle bijective ?

Exercice 1.7

★★★ ⊙ 35 min

Soit $f : [3, +\infty[\rightarrow [0, +\infty[$ définie par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- a) Déterminer deux réels a et b tels que $f(x) = (x - a)^2 - b$.
- b) Montrer que si $x \in [3, +\infty[$ alors $f(x) \in [0, +\infty[$.
- c) Montrer que f est bijective de $[3, +\infty[$ dans $[0, +\infty[$.
- d) Déterminer f^{-1} .

Exercice 1.8

★★★ ⊙ 35 min

Soient $f : A \rightarrow B$ et $g : B \rightarrow C$ deux applications.

- a) Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- b) Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
- c) En déduire : si $g \circ f$ est bijective, alors f est injective et g est surjective.

Chapitre 2

Fonctions Polynômes et Rationnelles

⊙ Durée estimée : 3h00

8 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 2.1

★★★ ⊙ 15 min

Mettre sous forme canonique les polynômes suivants :

a) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

b) $g(x) = -2x^2 + 4x - 3$

c) $h(x) = 3x^2 + x + \frac{1}{2}$

Exercice 2.2

★★★ ⊙ 15 min

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$

b) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

c) $x^2 + 4x + 4 = 0$

d) $3x^2 - x + 1 = 0$

Exercice 2.3

★★★ ⊙ 15 min

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $x^2 - 4x + 3 \leq 0$

b) $-x^2 + 2x + 8 > 0$

c) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$

Exercice 2.4

★★★ ⊙ 25 min

Factoriser les polynômes suivants :

a) $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ (vérifier que $x = 1$ est racine).

b) $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$ (vérifier que $x = 2$ est racine).

Exercice 2.5

★★★ ⊙ 25 min

Effectuer la division euclidienne puis écrire $f(x)$ sous forme $q(x) + \frac{r}{d(x)}$:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 1}$

b) $f(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 3}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 7x + 2}{x - 3}$

Exercice 2.6

★★★ ⊙ 25 min

Déterminer deux nombres réels a et b tels que : $\frac{3x+1}{(x-1)(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2}$.

Exercice 2.7

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $P(x) = ax^2 + bx + c$ un polynôme du second degré tel que $P(1) = 0$, $P(-2) = 0$ et $P(0) = 6$.

- a) Déterminer a , b et c .
- b) Dresser le tableau de signes de $P(x)$.
- c) Résoudre $P(x) > 0$.

Exercice 2.8

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f .
- b) Déterminer les asymptotes verticales et l'asymptote horizontale.
- c) Étudier le signe de $f(x)$.
- d) Dresser le tableau de variations complet de f .

Chapitre 3

Fonctions Numériques – Opérations et Fonctions Associées

⊙ Durée estimée : 2h00

6 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 3.1

★★★ ⊙ 15 min

Soient $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = 2x - 3$. Calculer :

- a) $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$, $(f \times g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.
- b) Les ensembles de définition de chacune de ces fonctions.

Exercice 3.2

★★★ ⊙ 15 min

Soit f définie par $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Tracer sur le même repère les courbes de :

- a) $g(x) = |f(x)|$
- b) $h(x) = f(|x|)$
- c) $k(x) = -f(x)$

Exercice 3.3

★★★ ⊙ 15 min

Déterminer la parité des fonctions suivantes (paire, impaire, ou ni l'un ni l'autre) :

- a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$
- b) $g(x) = x^3 + 2x$
- c) $h(x) = x^2 + x$
- d) $k(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

Exercice 3.4

★★★ ⊙ 25 min

Soit $f(x) = \frac{1}{x}$.

- a) Tracer la courbe (C_f) de f .
- b) Sur le même graphique, tracer les courbes de $g(x) = \frac{1}{x-2}$ et $h(x) = \frac{1}{x} + 3$.
- c) Décrire les transformations géométriques qui permettent de passer de (C_f) à (C_g) puis de (C_f) à (C_h) .

Exercice 3.5

★★★ ⊙ 25 min

Soit f une fonction définie sur $[-5, 5]$ par sa courbe représentative. On sait que f est impaire. On connaît f sur $[0, 5]$: $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, $f(2) = 3$, $f(3) = 2$, $f(4) = 0$, $f(5) = -1$.

- a) Déterminer $f(-1)$, $f(-2)$, $f(-3)$, $f(-4)$, $f(-5)$.
- b) Tracer la courbe complète de f sur $[-5, 5]$.

c) f a-t-elle un centre de symétrie ?

Exercice 3.6

★★★ ⊙ 35 min

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$.

- a) Montrer que f est paire.
- b) Montrer que $0 \leq f(x) < 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- c) Étudier les variations de f sur $[0, +\infty[$ (en calculant $f'(x)$).
- d) Tracer la courbe représentative de f .

Chapitre 4

Limites et Continuité

⊙ **Durée estimée : 3h00**

7 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 4.1

★★★ ⊙ 15 min

Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^2 - 5x + 1)$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^3 + x)$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 1}{2x - 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

Exercice 4.2

★★★ ⊙ 15 min

Déterminer les limites suivantes et préciser les asymptotes éventuelles :

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{x - 3}$ et $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1}$

Exercice 4.3

★★★ ⊙ 15 min

Étudier la continuité des fonctions suivantes au point indiqué :

a) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ x^2 + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ en $x = 1$.

b) $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 3x - 4 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ en $x = 2$.

Exercice 4.4

★★★ ⊙ 25 min

Calculer les limites suivantes (formes indéterminées) :

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{2x^3 + x^2 - 5}$

Exercice 4.5

★★★ ⊙ 25 min

Soit $f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - x - 2}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition.
- b) Déterminer les asymptotes verticales et horizontales.
- c) Étudier la continuité de f sur son ensemble de définition.

Exercice 4.6

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition.
- b) Effectuer la division euclidienne et montrer que $f(x) = 2x + 5 + \frac{4}{x - 1}$.
- c) Déterminer l'asymptote oblique et l'asymptote verticale.
- d) Étudier la position de la courbe par rapport à l'asymptote oblique.

Exercice 4.7

★★★★ ⊙ 35 min

Soit f définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ a & \text{si } x = 2 \end{cases}$

Déterminer la valeur de a pour que f soit continue en $x = 2$.

Chapitre 5

Dérivées de Fonctions Numériques

⊙ **Durée estimée : 2h30**

7 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 5.1

★★★ ⊙ 15 min

En utilisant la définition $(\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0})$, calculer le nombre dérivé des fonctions suivantes aux points indiqués :

a) $f(x) = 3x^2 - 1$ en $x_0 = 2$.

b) $g(x) = \frac{1}{x+1}$ en $x_0 = 0$.

Exercice 5.2

★★★ ⊙ 15 min

Dériver les fonctions suivantes :

a) $f(x) = 7x^5 - 4x^2 + 3x - 1$

b) $g(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$

c) $h(t) = (2t + 1)^3$

d) $k(x) = \frac{1}{(3x - 7)^2}$

Exercice 5.3

★★★ ⊙ 15 min

Dériver les fonctions suivantes (règle du produit et du quotient) :

a) $f(x) = (x^2 + 1)(3x - 2)$

b) $g(x) = \frac{x+1}{x-2}$

c) $h(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$

Exercice 5.4

★★★ ⊙ 25 min

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse x_0 indiqué :

a) $f(x) = x^3 - 2x + 1$, $x_0 = 1$.

b) $f(x) = \frac{x}{x+1}$, $x_0 = 0$.

c) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$, $x_0 = 3$.

Exercice 5.5

★★★ ⊙ 25 min

Dériver les fonctions suivantes :

a) $f(x) = (7x - 3)^4$

b) $g(x) = \frac{4}{(x^2 + 1)^2}$

- c) $h(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3$
d) $k(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 1}$

Exercice 5.6

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - x + 1}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de f et vérifier que $D_f = \mathbb{R}$.
b) Calculer $f'(x)$ et mettre sous la forme $\frac{N(x)}{D(x)}$.
c) Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .

Exercice 5.7

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = x + \frac{4}{x}$ définie sur $]0, +\infty[$.

- a) Montrer que $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$.
b) Étudier le signe de $f'(x)$ et en déduire les variations de f .
c) Montrer que f admet un minimum. Le déterminer.
d) Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse $x_0 = 1$.

Chapitre 6

Études de Fonctions Numériques

⌚ Durée estimée : 3h00

6 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 6.1

★★★ ⌚ 15 min

Étudier les variations de $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ (dérivée, signe, tableau de variations).

Exercice 6.2

★★★ ⌚ 15 min

Soit $f(x) = x^3 - 3x$.

- Étudier la parité de f .
- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.
- Déterminer les extrema locaux.

Exercice 6.3

★★★ ⌚ 25 min

Soit $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.

- Déterminer l'ensemble de définition et les limites aux bornes.
- Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
- Dresser le tableau de variations.
- Montrer que f admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.
- Tracer la courbe (C_f).

Exercice 6.4

★★★ ⌚ 25 min

Étude complète de $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ sur $] -\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

- Simplifier : montrer que $f(x) = x - \frac{1}{x}$.
- Étudier la parité.
- Déterminer les limites en 0^+ , 0^- , $+\infty$ et $-\infty$. Asymptotes ?
- Étudier les variations.
- Tracer la courbe.

Exercice 6.5

★★★★ ⌚ 35 min

Étude complète de $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$.

- Déterminer le domaine de définition.
- Montrer que $f(x) = x + 1 + \frac{3}{x - 1}$.
- Déterminer toutes les asymptotes (verticale et oblique).
- Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations complet.

- e) Déterminer les intersections avec les axes.
- f) Tracer (C_f) et ses asymptotes.

Exercice 6.6

★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$.

- a) Déterminer le domaine de définition et étudier la parité.
- b) Montrer que $f(x) = x + \frac{4x}{x^2 - 4}$. En déduire l'asymptote oblique.
- c) Déterminer les asymptotes verticales.
- d) Étudier les variations et tracer (C_f) .

Chapitre 7

Primitives de Fonctions

⊙ **Durée estimée : 2h00**

6 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 7.1

★★★ ⊙ 15 min

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 2x - 7$
- b) $g(x) = \frac{2}{x^3}$ (pour $x \neq 0$)
- c) $h(x) = 3 \cos x - 2 \sin x$

Exercice 7.2

★★★ ⊙ 15 min

Déterminer la primitive F de f vérifiant la condition donnée :

- a) $f(x) = 6x^2 + 4x$, $F(1) = 5$.
- b) $f(x) = \cos x$, $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
- c) $f(x) = 3$, $F(0) = -2$.

Exercice 7.3

★★★ ⊙ 25 min

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = (3x + 1)^4$ (Indication : c'est de la forme $u' \cdot u^n$)
- b) $g(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2}$
- c) $h(x) = \frac{1}{(2x - 5)^3}$

Exercice 7.4

★★★ ⊙ 25 min

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1)e^x$.

Vérifier que $F(x) = xe^x$ est une primitive de f (c'est-à-dire vérifier que $F'(x) = f(x)$).

Exercice 7.5

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $f(x) = \frac{3x + 1}{(x - 1)(x + 2)}$.

- a) Décomposer $f(x)$ en éléments simples : $f(x) = \frac{a}{x - 1} + \frac{b}{x + 2}$.
- b) Sachant qu'une primitive de $\frac{1}{x - \alpha}$ est $\ln|x - \alpha|$, déterminer les primitives de f sur $] - \infty, -2[$, $] - 2, 1[$ et $]1, +\infty[$.

Exercice 7.6

★★★★ ⊙ 35 min

Soit $F(x) = x^2 + ax + b$ une primitive de $f(x) = 2x - 3$ sur $\mathbb{R}$.

- a) Déterminer a .
- b) Si $F(2) = 1$, déterminer b .
- c) Calculer $F(x)$ et vérifier.

Chapitre 8

Suites Numériques

⌚ **Durée estimée : 3h30**

9 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 8.1

★★★ ⌚ 15 min

Calculer les 5 premiers termes de chacune des suites suivantes :

- a) $u_n = 3n - 2$ pour $n \geq 0$.
- b) $v_n = (-1)^n \cdot n$ pour $n \geq 0$.
- c) $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = 2w_n + 1$ pour $n \geq 0$.

Exercice 8.2

★★★ ⌚ 15 min

La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 5$.

- a) Exprimer u_n en fonction de n .
- b) Calculer u_{20} .
- c) Calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{20}$.

Exercice 8.3

★★★ ⌚ 15 min

La suite (v_n) est géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $v_0 = 3$.

- a) Exprimer v_n en fonction de n .
- b) Calculer v_8 .
- c) Calculer la somme $S = v_0 + v_1 + \dots + v_8$.

Exercice 8.4

★★★ ⌚ 25 min

Soit (u_n) définie par $u_n = n^2 - 6n + 10$.

- a) Calculer $u_{n+1} - u_n$. Simplifier.
- b) Étudier le sens de variation de (u_n) .
- c) La suite est-elle bornée ?

Exercice 8.5

★★★ ⌚ 25 min

Démontrer par récurrence que pour tout $n \geq 1$:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Exercice 8.6

★★★ ⌚ 25 min

Déterminer les suites qui sont à la fois arithmétiques et géométriques.

Exercice 8.7

★★★ ⌚ 25 min

Soit (u_n) définie par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$.

- a) Calculer u_1, u_2, u_3 . La suite semble-t-elle converger ?
- b) On pose $v_n = u_n + 2$. Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- c) En déduire l'expression de v_n puis de u_n .
- d) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 8.8

★★★★ ◉ 35 min

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 2}$.

- a) Calculer u_1, u_2, u_3 .
- b) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
- c) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n < 4$.
- d) Étudier le sens de variation de (u_n) (calculer $u_{n+1} - u_n$).
- e) En déduire que la suite (u_n) est convergente. Déterminer sa limite.

Exercice 8.9

★★★★ ◉ 35 min

Trois nombres réels positifs x, y, z sont en progression géométrique. On sait que $x + y + z = 21$ et $xyz = 64$.

- a) Exprimer x et z en fonction de y et de la raison q .
- b) Déterminer y .
- c) En déduire x et z .

Chapitre 9

Dénombrement

⦿ Durée estimée : 2h30

8 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 9.1

★★★ ⦿ 15 min

Calculer :

- a) $5!$, $7!$, $\frac{10!}{8!}$.
- b) A_8^3 , A_6^2 , A_5^5 .
- c) C_7^3 , C_{10}^4 , C_8^0 , C_8^8 .

Exercice 9.2

★★★ ⦿ 15 min

De combien de façons peut-on ranger 6 livres différents sur une étagère ?

Exercice 9.3

★★★ ⦿ 15 min

Dans une classe de 30 élèves, on doit former un bureau de 3 membres (président, secrétaire, trésorier).

- a) S'agit-il d'un arrangement ou d'une combinaison ? Justifier.
- b) Calculer le nombre de bureaux possibles.

Exercice 9.4

★★★ ⦿ 25 min

Parmi 12 joueurs, on doit choisir une équipe de 5 joueurs.

- a) Combien d'équipes différentes peut-on former ?
- b) Combien d'équipes contiennent un joueur précis ?
- c) Combien d'équipes contiennent 2 joueurs précis donnés ?

Exercice 9.5

★★★ ⦿ 25 min

Un code est formé de 4 chiffres choisis parmi $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$.

- a) Combien de codes peut-on former si la répétition est autorisée ?
- b) Combien si la répétition est interdite ?
- c) Combien de codes à 4 chiffres distincts commencent par un chiffre pair ?

Exercice 9.6

★★★ ⦿ 25 min

Vérifier sur des exemples la formule de Pascal : $C_n^p = C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p$.

Construire les 6 premières lignes du triangle de Pascal.

Exercice 9.7

★★★ ⦿ 35 min

On dispose d'un jeu de 52 cartes. On tire simultanément 5 cartes.

- a) Combien de mains de 5 cartes peut-on former ?
- b) Combien de mains contiennent exactement 3 as ?

- c) Combien de mains contiennent au moins un as ?
- d) Combien de mains sont formées de cartes de la même couleur (flush) ?

Exercice 9.8**★★★** ⊙ 35 min

Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^n C_n^k = 2^n$$

(Indication : utiliser la formule de Pascal.)

Chapitre 10

Probabilités

⌚ **Durée estimée : 2h30**

8 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 10.1

★★★ ⌚ 15 min

On lance un dé équilibré à 6 faces.

- a) Déterminer l'univers Ω .
- b) Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair.
- c) Calculer la probabilité d'obtenir un nombre supérieur ou égal à 3.
- d) Calculer la probabilité d'obtenir un nombre premier.

Exercice 10.2

★★★ ⌚ 15 min

On lance deux dés équilibrés et on fait la somme des résultats.

- a) Combien y a-t-il de résultats possibles au total ?
- b) Calculer la probabilité d'obtenir une somme égale à 7.
- c) Calculer la probabilité d'obtenir une somme supérieure ou égale à 10.
- d) Calculer la probabilité d'obtenir un double.

Exercice 10.3

★★★ ⌚ 15 min

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

- a) A : "obtenir un as"
- b) B : "obtenir une carte rouge"
- c) C : "obtenir une figure (roi, dame, valet)"
- d) $A \cap B$: "obtenir un as rouge"

Exercice 10.4

★★★ ⌚ 25 min

D'un jeu de 32 cartes, on tire 2 cartes simultanément.

- a) Combien de tirages différents sont possibles ?
- b) Calculer la probabilité d'avoir 2 rois.
- c) Calculer la probabilité d'avoir 2 cartes de même couleur.
- d) Calculer la probabilité d'avoir au moins un as.

Exercice 10.5

★★★ ⌚ 25 min

On lance 3 fois de suite une pièce de monnaie équilibrée.

- a) Déterminer l'univers Ω et son cardinal.
- b) Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 "Pile".

- c) Calculer la probabilité d'obtenir au moins un "Face".
- d) Calculer la probabilité d'obtenir 3 résultats identiques.

Exercice 10.6

★★★ ⦿ 25 min

Un sac contient 5 boules rouges et 3 boules blanches. On tire successivement 2 boules **sans remise**.

- a) Calculer la probabilité que la première boule soit rouge.
- b) Sachant que la première boule est rouge, calculer la probabilité que la deuxième soit blanche.
- c) Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge puis une boule blanche.
- d) Calculer la probabilité d'obtenir 2 boules de la même couleur.

Exercice 10.7

★★★ ⦿ 35 min

D'un jeu de 32 cartes, on tire simultanément 5 cartes.

- a) Calculer la probabilité d'avoir au moins un cœur.
- b) Calculer la probabilité d'avoir exactement 2 cœurs.
- c) Calculer la probabilité d'avoir au moins 2 cœurs.

Exercice 10.8

★★★ ⦿ 35 min

Deux joueurs A et B lancent chacun un dé équilibré. Le joueur A gagne si son dé affiche un nombre strictement supérieur à celui de B .

- a) Quel est le nombre total de résultats possibles ?
- b) Calculer la probabilité que A gagne.
- c) Calculer la probabilité d'égalité.
- d) Ce jeu est-il équitable ?

Chapitre 11

Produit Scalaire et Géométrie Analytique Plane

⊙ **Durée estimée** : 3h00

8 exercices du niveau 1 au niveau 3

Exercice 11.1

★★★

⊙ 15 min

Dans un repère orthonormé, calculer le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dans chaque cas :

- a) $\vec{u}(3, 2)$ et $\vec{v}(1, -4)$
- b) $\vec{u}(-1, 5)$ et $\vec{v}(2, 3)$
- c) $\vec{u}(4, 0)$ et $\vec{v}(0, -7)$

Exercice 11.2

★★★

⊙ 15 min

Soient $A(1, 3)$, $B(4, 7)$ et $C(-2, 5)$.

- a) Calculer les distances AB , BC et AC .
- b) Calculer $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$.
- c) En déduire la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 11.3

★★★

⊙ 15 min

Déterminer l'équation de la droite :

- a) passant par $A(2, 3)$ de vecteur directeur $\vec{u}(1, -2)$.
- b) passant par $A(1, -1)$ et $B(3, 5)$.
- c) passant par $A(0, 4)$ de vecteur normal $\vec{n}(3, 1)$.

Exercice 11.4

★★★

⊙ 25 min

Soit le cercle (C) d'équation $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$.

- a) Déterminer le centre et le rayon de (C) .
- b) Le point $A(3, -1)$ appartient-il à (C) ?
- c) Déterminer l'équation de la tangente à (C) au point A (si $A \in (C)$).

Exercice 11.5

★★★

⊙ 25 min

Soient les droites $(D_1) : 2x - y + 3 = 0$ et $(D_2) : x + 3y - 1 = 0$.

- a) Déterminer le point d'intersection de (D_1) et (D_2) .
- b) Calculer l'angle entre (D_1) et (D_2) à l'aide du produit scalaire de leurs vecteurs directeurs.

Exercice 11.6

★★★

⊙ 25 min

Calculer la distance du point $M(3, -1)$ à la droite $(D) : 4x - 3y + 2 = 0$.

Exercice 11.7

★★★★

⊙ 35 min

Soit le triangle ABC avec $A(1, 2)$, $B(5, 4)$, $C(3, 8)$.

- a) Montrer que le triangle ABC est isocèle en C .
- b) Déterminer les coordonnées du milieu I de $[AB]$.
- c) Déterminer l'équation de la médiatrice de $[AB]$.
- d) Déterminer l'équation du cercle circonscrit au triangle ABC .

Exercice 11.8

★★★ ⊙ 35 min

Déterminer l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tels que :

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$$

où $A(1, 3)$ et $B(5, -1)$.

(Indication : c'est l'ensemble des points M tels que l'angle $\widehat{AMB}$ est droit.)