

Travaux Encadrés

CHAPITRE 1 : APPLICATIONS

Exercice 1 : _____

Déterminer le domaine de définition des applications suivantes :

a) $f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x}$ b) $k(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$
 c) $h(x) = x^2 - x - 2$ d) $g(x) = \frac{4x-1}{x+1}$ e) $g(x) = \sqrt{\frac{4x-1}{x+1}}$

Exercice 2 : _____

Préciser si les applications suivantes sont injectives, surjectives ou bijectives.

a) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto x^2 + 1$ b) $g : \mathbb{R} \rightarrow [-1, +\infty[$ $x \mapsto x^2 - 1$
 c) $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $x \mapsto 3x + 5$ d) $k :]0, \pi] \rightarrow [0, 1]$ $x \mapsto \sin x$

Exercice 3 : _____

1) On définit l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow [\frac{2}{3}, +\infty[$
 $x \mapsto 3x^2 - 2x + 1$

f est elle injective, surjective, bijective ?

2) On considère l'application $g : [-1, 1] \rightarrow A$
 $x \mapsto \sqrt{1 - x^2}$

Déterminer l'ensemble A pour que g soit une surjection.

Exercice 4 : _____

On définit l'application f de $\mathbb{R} - \{2\}$ vers $\mathbb{R} - \{1\}$ par

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$$

- a) Prouver que f est une bijection
- b) Déterminer sa bijection réciproque.
- c) Tracer la courbe (C) de f sur $\mathbb{R}^+$ et en déduire celle de sa bijection réciproque (C').

Exercice 5 : _____

Soit l'application f définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = \frac{4+x^2}{2}$

a) Déterminer l'image directe par f des sous ensembles de $\mathbb{R}$ suivants : $A = \mathbb{R}^+$, $B = [2; 6]$, $C = \{0, 2, 6\}$

b) Déterminer l'image réciproque par f des sous-ensemble suivant : $D = [2; 10]$, $E =]3, 4]$ et $F = \{0\}$

Exercice 6 : _____

On considère les applications définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = |2x - 1| + |1 - x| \text{ et } g(x) = 3x - 2$$

- a) Écrire f sans le symbole de la valeur absolue
- b) Prouver que g est une restriction de f sur un intervalle I à préciser.

Exercice 7 : _____

1) Soit l'application f définie par $f(x) = \frac{1}{x+1}$

Trouver $f(A)$ et $f(B)$ ou $A =]-1, 4]$ et $B = [-5, 3]$

2) On donne les applications f et g telles que

$$f(x) = 2x - 1 \text{ et } g(x) = x^2 - x - 2$$

Trouver $f^{-1}(A)$ et $g^{-1}(B)$ avec $A = [1; 3]$ et $B = \{0\}$

Exercice 8 : _____

On donne trois application définie par :

$$f(x) = \frac{x}{x-1}, g(x) = 3x - 5 \text{ et } h(x) = x^2$$

- a) Calculer $gof(x)$, $goh(x)$ et $foh(x)$
- b) En déduire $gof(2)$
- c) Ces applications sont elles bijectives ?

Exercice 9 : _____

On considère les applications $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$ et $g(x) = x^2 - x - 2$

- a) Trouver $f([1; 3])$ et $f([-2; 3])$
- b) Trouver $g^{-1}(\{0\})$ et $g^{-1}(\{-2\})$

Exercice 10 : _____

Sur quel ensemble l'application

$$f(x) = |2 - x| + |3 - x| + 2x \text{ est elle égale à}$$

l'application affine de source $\mathbb{R}$ définie par

$$g(x) = 1 + 2x.$$