

Exercices et Problèmes :

Chap. Fonctions et Applications

Exercice1 :

Détermine l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{2x+1} + \frac{1}{x}; \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}; \quad h(x) = \frac{4x-1}{x+1}; \quad k(x) = \sqrt{\frac{4x-1}{x+1}}$$

Exercice2 : 1. Soit l'application :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{1}{x+1} \end{aligned} \quad \text{Trouve } f(A) \text{ et } f(B) \text{ où } A =]-1; 4] \text{ et } B = \{0\}.$$

2. On donne les fonctions $g: x \mapsto 2x-1$ et $h: x \mapsto x^2 - x - 2$. Trouve $g^{-1}(A)$ et $h^{-1}(B)$

Exercice3 : On considère les applications de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$ et $g(x) = x^2 - x - 2$.

1. Trouve $f([1;3])$ et $f([-2;3])$

2. Trouve $g^{-1}(\{0\})$ et $g^{-1}(\{-2\})$

Exercice4 : Sur quel intervalle de $\mathbb{R}$ l'application $f: x \mapsto |2-x| + |3-x| + 2x$ est-elle égale à l'application affine de source $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = 2x + 1$

Exercice5 : On donne les fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par : $f(x) = \frac{x}{x-1}$; $g(x) = 3x-5$; $h(x) = x^2$.

1. Calcule $g \circ f(x)$, $g \circ h(x)$ et $f \circ h(x)$.

2. En déduis $g \circ f(2)$.

3. f, g et h sont-elles bijectives de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$? Justifie ta réponse.

Exercice6 : Précise si les applications suivantes sont injectives, surjectives ou bijectives :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R}^+ &\longrightarrow \mathbb{R} & g: \mathbb{R} &\longrightarrow [-1; +\infty[& h: \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} & k:]0; \pi] &\longrightarrow [0; 1] \\ x &\longmapsto x^2 + 1 & x &\longmapsto x^2 - 1 & x &\longmapsto 3x + 5 & x &\longmapsto \sin x \end{aligned}$$

Exercice7 :

1. On définit l'application

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\longrightarrow \left[\frac{2}{3}; +\infty\right[\\ x &\longmapsto 3x^2 - 2x + 1 \end{aligned} \quad \text{f est-elle injective? Surjective? Bijective?}$$

2. On définit l'application :

$$\begin{aligned} f: [4; +\infty[&\longrightarrow [-15; +\infty[\\ x &\longmapsto x^2 - 8x + 1 \end{aligned}$$

a. Prouve que f est une bijection.

b. Détermine sa bijection réciproque.

c. Trace la courbe (C) de f et en déduis celle de sa bijection réciproque (C') .

Exercice8 : Soit l'application :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} - \{1\} &\longrightarrow \mathbb{R} - \{3\} \\ x &\longmapsto \frac{3x+2}{x-1} \end{aligned}$$

1. Montre que f est bijective.

2. Détermine l'application réciproque f^{-1} de f .

Exercice9 :

1. Montre que $|x|^2 = x^2$.

2. Soient les fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies respectivement par : $f(x) = \frac{x^2-1}{|x|+1}$ et $g(x) = |x| - 1$