

Prof : M KEITA	Série d'exercices N°3	Tel :83222814/99543685
Cours d'Excellence d'Encadrement Scientifique	Thème : Equations & Inéquations	Niveau : 11^e Science

EXERCICE 1 :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes : a) $3x + 1 = -x + 4$; b) $-3(x + 1) = \frac{1}{2}(-3 - x)$; c) $7 + x = (2x - 1)(3x - 2)$; d) $\frac{x+3}{4} - \frac{x-10}{6} = \frac{x+1}{12} + 1$; e) $x + 1 + \frac{x+4}{4} = \frac{x+2}{2} + \frac{x+3}{3}$; f) $x^2 + 4x - 5 = 0$; g) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$; h) $4x^2 + 1 = 0$; i) $3x^2 + 5x - 8 = 0$; j) $x^2 - 4x + 4 = 0$; k) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 3 = 0$; l) $2 - x = 4 - x^2$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$: a. $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-4}{x-5} - \frac{x-5}{x-6}$; b. $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{4x-5}{x(x^2-1)}$; c. $\frac{1}{x+2} = \frac{-3}{5-x}$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 3\sqrt{2} = 0$; b) $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + 1 = 0$; c) $(\sqrt{2} + 1)x^2 - 2x + \sqrt{2} - 1 = 0$; d) $2x^2 + (\sqrt{7} - 5)x + 3 - \sqrt{7} = 0$; e) $x^2 + (x - 2)^2 = 0$; f) $x^2 - (5 + \pi)x + 5\pi = 0$; g) $(x + 1)^2 = 2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1$; h) $2\pi x^2 - (\pi + 2) + 1 = 0$; i) $(x^2 - x)^2 - 7(x^2 - x) + 10 = 0$; j) $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$; k) $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$; l) $\sqrt{3}x^2 - 6x + 3\sqrt{3} = 0$; m) $x^2 - \frac{4}{\sqrt{3}}x + 1 = 0$; n) $4x^2 - 2(1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} = 0$; o) $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x - 2\sqrt{3}(1 + \sqrt{3}) = 0$; p) $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{4\sqrt{3}} - 1)x - \sqrt{2} = 0$; q) $-\sqrt{3}x^2 + \sqrt{3}(1 - \sqrt{3})x + 3 = 0$; r) $-\sqrt{2}x^2 + (1 - \sqrt{2})x + 2 = 0$; s) $2x^2 + \sqrt{6}x - 6 = 0$; t) $(2 + \sqrt{3})x^2 - (2\sqrt{3} + 1)x - (\sqrt{3} + 1) = 0$;
- Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes: a) $x^4 - 8x - 9 = 0$; b) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; c) $3x^4 - 8x^2 - 3 = 0$; d) $(x^2 - 9)^2 - 4(x^2 - 9) + 3 = 0$; e) $(x + 5)^4 - 6(x + 5)^2 - 7 = 0$; f) $(\frac{3-4x}{5})^2 - 2(3 - 4x) + 25 = 0$; g) $x^2 + \sqrt{3} + \frac{6}{x^2} = 0$; h) $3(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 - 7(x^2 + \frac{1}{x^2}) = 0$; i) $(x + \frac{1}{x})^2 - \frac{7}{2}(x + \frac{1}{x}) = 2$

EXERCICE 2 :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $2 - x > 4 - x^2$; b) $3x^2 - 5x + 2 \leq 0$; c) $x^2 - 1 \geq x^3 + 1$; d) $7x < 2x^2 + 6$; e) $x^4 + 2x^3 + x - 1 \leq x^3 + x^2 + 1$; f) $(3x + 2)^2 \leq (x^2 + 6x + 2)^2$
- Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes : a) $\frac{-3}{x-1} > \frac{3}{2-x}$; b) $\frac{x-2}{x+1} < \frac{2x+5}{x}$; c) $\frac{2}{(x-1)^2} \leq \frac{1}{x^2+1}$; d) $\frac{2}{x^2-1} \leq \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$; e) $\frac{3x-1}{x^2-1} \geq \frac{2}{x+1}$; f) $\frac{5x^2+3x-2}{-3x^2-7x+10} \geq 0$; g) $\frac{x^2-x-4}{2x^2-x-3} > 2$; h) $\frac{x+1}{x} - \frac{2}{x+1} \geq \frac{8}{x^2+x}$; i) $\frac{2x-8}{x^2+5x-6} \leq \frac{1}{x+2}$; j) $\frac{2x-3}{x^2-3x-10} \leq 0$; k) $\frac{x^2+x-2}{x-9} \leq 0$; l) $x^4 - 4x^2 - 45 < 0$; m) $-2x^4 + 11x^2 - 12x \geq 0$; n) $\frac{2x-8}{x^2+5x-6} \leq \frac{1}{x+2}$; o) $\frac{2x-1}{x+3} > \frac{2}{x-4}$

EXERCICE 3 :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations irrationnelles suivantes: a) $\sqrt{x+2} = 3x - 4$; b) $\sqrt{x^2 + x} = 2x - 1$; c) $\sqrt{3x^2 - 11x + 21} = 2x - 3$; d) $2x + 1 + \sqrt{-7x - 5} = 0$; e) $x^2 - 3x + \sqrt{x^2 - 3x + 11} = 1$; f) $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x - 4}$; g) $\sqrt{5x + 9} - \sqrt{x - 4} = 0$; h) $\sqrt{2x^2 - 7x + 4} = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$; i) $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$; j) $\sqrt{2x^2 - 7x + 4} = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$; k) $\sqrt{x^2 - 5x + 6} = \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$;

$$\sqrt{x^2 + 2x + 3} = \sqrt{3x^2 - x - 2} ; l) \sqrt{x - 3} = \sqrt{x^2 - 2x - 2} ; m) \sqrt{5x - 4} + \sqrt{3x + 1} = 3 ; n) \sqrt{2x + 9} - \sqrt{x + 1} = 2 ; o) \sqrt{x + 18} + \sqrt{x - 18} = \sqrt{x + 2}$$

$$p) \sqrt{x - 9} + \sqrt{x - 24} = x ; q) \sqrt{x + 2} + \sqrt{3x - 5} = 7 ; r) \sqrt{6x + 2} - \sqrt{3x} = \sqrt{9x - 2} ; t) 3 - \sqrt{x + 1} = \sqrt{x - 2} ; u) \sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1 ; v) \sqrt{x^4 - 12x^2 + 36} = x ; w) \sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1 ; x) \sqrt{x^2 + 3x + 2} = 4x + 6 ; z) 2x + \sqrt{x + 5} = 3 - \sqrt{-5x + 4}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations irrationnelles suivantes : a) $\sqrt{x + 1} < x - 5$; b)

$$2x - 3 \leq \sqrt{-x + 1} ; c) \sqrt{2x - 1} > x ; d) x - \sqrt{2x^2 + 1} \geq 1 ; \sqrt{x^2 + x + 1} + 1 < 2x$$

$$e) \sqrt{2x^2 - x} < 2x - 3 ; f) \sqrt{(3 - x)(2x + 5)} \geq 3 - x ; g) \sqrt{x^2 + 1} \geq x\sqrt{2} ; h)$$

$$\sqrt{5x^2 + 19x - 4} > \sqrt{x(x + 1)} ; i) \sqrt{-x^2 + 7x} \geq \sqrt{x^2 - 3x + 2} ; j) \sqrt{5x + 1} - \sqrt{x + 1} < 2$$

$$k) \sqrt{2x + 1} \leq \sqrt{-x + 4} ; l) \sqrt{x + 3} + \sqrt{2x - 1} \leq 3 ; m) \sqrt{2x + 3} \geq \sqrt{x - 1} ; n)$$

$$\sqrt{3 - 2x^2} < \sqrt{x + 5} ; o) \sqrt{-x^2 + 7x} \geq \sqrt{x^2 - 3x + 2} ; p) \sqrt{x - 3} + 1 > 0$$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes: a) $|x - 2| < 3$; b)

$$|4x - 1| \geq 5 ; c) |6x^2 + 6x - 9| = 1 ; d) |-3x^2 + x - 7| \leq 9 - 2x ; e) |x^2 - 2x - 15| = 33$$

$$f) |-x^2 - 4x + 5| = x - 1 ; g) |2 - x| + x = 33 ; g) |2x - 4| + |5 - x| = 9$$

EXERCICE 4:

1. Dans chacun des cas suivants trouver les nombres dont la somme et le produits sont donnés : a) $S=4$ et $P=3$, b) $S=-2$ et $P=-2$ c) $S=3\sqrt{2}$ et $P=4$ d) $S=13$ et $P=36$; e) $S=4$ et $P=\frac{15}{4}$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants : a) $\begin{cases} xy = 345 \\ x + y = 38 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -\frac{1}{6} \\ x^2 + y^2 = 160 \end{cases}$; c)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = -\frac{7}{3} \\ x^3 + y^3 = 3 \end{cases} ; d) \begin{cases} u^2 + v^2 = 25 \\ uv = 12 \end{cases} ; e) \begin{cases} u^3 + v^3 = 19 \\ uv = -6 \end{cases} ; f) \begin{cases} \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -\frac{26}{5} \\ uv = -1 \end{cases}$$

3. En effectuant un changement de variable ($x + y = S$ et $xy = P$), résoudre chacun

$$\text{des systèmes suivants : a) } \begin{cases} x^2 + y^2 - xy = 28 \\ x + y = 2 \end{cases} ; b) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2xy \\ x + y + xy = 0 \end{cases} c)$$

$$\begin{cases} 2x + xy + 2y = -4 \\ x^2y + xy^2 = \frac{3}{2} \end{cases} ; d) \begin{cases} x + y + xy = -7 \\ x^2y + xy^2 = 6 \end{cases} ; e) \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 164 \end{cases} ; d) \begin{cases} x + y = 10 \\ x^2 + y^2 = 58 \end{cases}$$

4. L'aire d'un jardin rectangulaire est égale à 360m^2 . Si on augmente sa longueur de 6m et sa largeur de 6m, alors l'aire est égale à 630m^2 . Déterminer ses dimensions.

5. Déterminer les dimensions d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse est $\sqrt{41}\text{ cm}$ et l'aire est 10 cm^2 .

6. Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire 1200m^2 , sachant que sa longueur dépasse de 10m sa largeur

EXERCICES :

1. Résoudre les systèmes suivants : a) $\begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ 2x + y + 2z = -2 \\ x + y + 3z = -6 \end{cases}$; b) $\begin{cases} -x + 4y + 4z = 4 \\ 3x + 2y - 2z = 2 \\ 2x - y - 3z = -1 \end{cases}$
2. Résoudre suivant les valeurs du paramètre m , les systèmes suivants :
a) $\begin{cases} (m-1)x - (m-5)y = m \\ 2x + (m-1)y = -m+4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} (1-\sqrt{2})x + my = 1-\sqrt{2} \\ -mx + (1+\sqrt{2})y = 1+\sqrt{2} \end{cases}$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, suivant les valeurs du paramètre m : a) $(3m-5)x^2 - (m+2)x + m+2 = 0$; b) $(m-3)x^2 + (7-4m)x + 20 = 0$, $(m-1)x^2 - 2(m+3)x + m = 0$

EXERCICE 6 : (Extrait du sujet de compo du 1er tr 2015-2016 Lycée MSR de Sikasso)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: a) $x^2 - 63x + 920 = 0$; b) $-x^2 + (\sqrt{3}-2)x + 2\sqrt{3} = 0$
2. Le produit de l'âge de Moussa et Adama est 920, il y a 5ans ce produit était égal à 630. Quel est l'âge de Moussa ? Quel est l'âge de Adama ?

EXERCICE 7 : Soit l'équation (E) : $(1-\sqrt{2})x^2 + (3-2\sqrt{2})x - \sqrt{2} + 2 = 0$

1. Montrer que (E) admet deux racines distincts x_1 et x_2 de signes contraires. (Ne pas les calculer)
2. Sans chercher à calculer x_1 et x_2 , calculer $x_1 + x_2$, x_1x_2 , $x_1^2 + x_2^2$, $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$, $(x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E)
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $(1-\sqrt{2})x^2 + (3-2\sqrt{2})x - \sqrt{2} + 2 \geq 0$.

EXERCICE 8 :

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation suivante $x^2 - 3x - 15 = |4x - 5|$.
2. a. Vérifier que $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$ puis résoudre $-2x^2 - (1-\sqrt{2})x + \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.
b. En déduire la résolution de l'inéquation $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$.
3. Soit l'équation $2x^2 - x - 2 = 0$. Sans calculer les racines x' et x'' de l'équation, calculer $S = x' + x''$, $P = x'x''$, $A = x'^2 + x''^2$, $B = x'^3 + x''^3$ et $C = \frac{x'^2}{x''+1} + \frac{x''^2}{x'+1}$

EXERCICE 9 : (Extrait du sujet d'un devoir)

1. Soit x' et x'' les racines du polynôme $x^2 + 7x - 4$. Sans calculer x' et x'' , calculer a) $x'^2 + x''^2$; b) $x'^3 + x''^3$; c) $\frac{x'-1}{x''} + \frac{x''-1}{x'}$
2. On considère l'équation (E) : $(m-3)x^2 - 2(m+2)x + m-5 = 0$ où x est inconnu et $m \in \mathbb{R}$.
a. Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le nombre de racines
b. Lorsque (E) admet deux racines distinctes, trouver entre ces racines une relation indépendante de m .
3. Déterminer les couples $(x; y)$ vérifiant $\begin{cases} x^3 + y^3 = 98 \\ x + y = 2 \end{cases}$

EXERCICE 10 : Soit l'équation (E) : $(m+2)x^2 + (m+2)x + m = 0$

- 1) Discuter suivant les valeurs de m les nombres de solutions de l'équation (E)
- 2) Trouver les valeurs de m pour que :
 - a) admet le réel 1 pour racines
 - b) admet deux solutions distinctes négatives.

EXERCICE 11 : $E_m: (m + 1)x^2 - (m + 3)x + 3 - x = 0$

1. Résoudre l'équation pour $m = -1$
2. $m \neq 1$. Déterminer les valeurs pour lesquelles :
 - a. L'équation a deux solutions de signes contraires
 - b. L'équation a deux solutions distinctes positives.

EXERCICE 12 : (Extrait du sujet de compo du 1^{er} tr 2011-2012 Lycée Madina de Bolibana)

1. On considère l'équation (E) : $x^2 + 10x - 11 = 0$ admettant deux solutions x_1 et x_2 .
Sans résoudre (E), calculer $x_1^2 + x_2^2$; $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$; $(x_1 + 2)(x_2 + 2)$
2. Soit le système
$$\begin{cases} x' + x'' = \frac{2m-1}{m+2} \\ 2x'x'' = \frac{2m-4}{m+2} \end{cases}$$
 - a. Former une équation du second degré d'inconnue x
 - b. Soit $(E_m) : (m + 2)x^2 - (2m - 1)x + m - 2 = 0$
 - Déterminer m pour que -1 soit solution de E_m . En déduire l'autre solution
 - Etudier suivant les valeurs de m l'existence et le signe des racines de E_m
 - Déterminer une relation indépendante de m entre les racines de E_m .

EXERCICE 13 : Soit l'équation $x^2 - mx + m - 1$ où est un paramètre réel.

1. Déterminer m pour que l'une des solutions de l'équation soit -1. Calculer l'autre solution
2. Déterminer m pour que cette admette une solution double.
3. Lorsque cette équation admet deux solutions x' et x'' démontrer qu'il existe entre elles une relation indépendante de m .
4. Discuter suivant les valeurs de m l'existence et le signe des solutions x' et x'' .
5. Former une équation du second degré en X admettant pour solutions $X' = 2x' - 3x''$ et $X'' = 2x'' - 3x'$.

EXERCICE 14 : Les racines x_1 et x_2 d'une équation du second degré vérifiant les relations suivantes : $x_1 + x_2 - 2x_1x_2 = 0$

$$mx_1x_2 - (x_1 + x_2) = 2m + 1 \text{ où } m \text{ est un paramètre réel.}$$

1. Former cette équation.
2. Déterminer m pour que l'équation admet deux racines positives.
3. On considère un triangle dont les côtés droit ont pour mesures respectives x_1 et x_2 .
Déterminer m pour l'hypoténuse de ce triangle soit égale à $\sqrt{2}$.