

Equations du second degré avec paramètre

Exercice 1.

On considère l'équation avec paramètre $x^2 + (m + 1)x - m^2 + 1 = 0$ notée (E).

- 1)
 - a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E) admet une solution unique.
On notera ces valeurs m_1 et m_2 .
 - b) Déterminer dans chaque cas précédent la solution unique de l'équation.
- 2) Pour quelles valeurs de m l'équation (E) admet-elle 2 solutions distinctes ?

Exercice 2.

On considère la fonction polynôme $P(x) = m x^2 + 4x + 2(m - 1)$ où m est un réel.

- 1) On suppose que $m = 0$.
Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
- 2) On suppose dans cette partie que $m \neq 0$.
 - a) Pour quelles valeurs de m le polynôme P admet-il une racine unique ?
Calculer alors cette racine.
 - b) Pour quelles valeurs de m l'équation $P(x) = 0$ admet-elle 2 racines distinctes ?
 - c) Quel est l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles $P(x) < 0$ pour tout x ?

Exercice 3.

On considère l'hyperbole (H) d'équation $y = \frac{2}{x}$ et les droites D_m d'équation $y = m(x + 1) - 2$.

- 1)
 - a) Que représente m pour la droite D_m ?
 - b) Montrer que les droites D_m passent par un point fixe C indépendant de m .
 - c) Montrer que C appartient à (H).
- 2) Déterminer m pour que D_m et (H) aient C pour unique point commun.

Exercice 4.

Soit $R(x) = x^2 - (m + 1)x + 4$.

- 1)
 - a) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles l'équation $R(x) = 0$ admet une solution unique.
 - b) Calculer alors cette solution.
- 2)
 - a) Pour quelles valeurs de m l'équation $R(x) = 0$ admet-elle 2 solutions distinctes ?
 - b) Pour quelles valeurs de m l'équation $R(x) = 0$ n'admet-elle aucune solution ?

Exercice 5.

Soit (P) la parabole d'équation $y = x^2$.

Soit A le point de coordonnées $A(0 ; 1)$.

Soit m un nombre réel. Soit (d_m) la droite passant par le point A et de coefficient directeur m .

Soit E et F les points d'intersection de (d_m) et (P).

Soit I le milieu de [EF]. L'objet est ici de déterminer le lieu géométrique du point I.

- 1)
 - a) Faire une figure.
 - b) Déterminer les coordonnées des points E et F en fonction de m .
 - c) Justifier que E et F existent pour toute valeur de m .

- d) Déterminer les coordonnées de I en fonction de m.
- 2) a) Démontrer que tout point I appartient à la parabole (P') d'équation $y = 2x^2 + 1$
b) Montrer que tout point de la parabole (P') appartient à l'ensemble des points I.
c) Conclure par une phrase.