



INSTITUT MBACKÉ MATHS

COURS PRIVÉS EN LIGNE

(+221) 70 713 09 21

Matière : MATHÉMATIQUES

Niveau : Première S1

POLYNÔMES

Série d'exercices

❖ Exercice 1 :

Prouver que le polynôme :

$P(x) = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 16x + 16$ est le carré d'un polynôme que l'on déterminera.

❖ Exercice 2 :

Soient b, c, d et e des nombres réels et a un nombre réel non nul et f le polynôme défini pour tout réel x par : $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$.

1) On considère la propriété (P) suivante : pour tout nombre réel x non nul, $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{f(x)}{x^4}$.

a) Démontrer que si f vérifie la propriété (P), et si α est une racine de f , alors $\frac{1}{\alpha}$ est également une racine de f .

b) Démontrer que f vérifie la propriété (P) si et seulement si : $\begin{cases} a = e \\ b = d \end{cases}$

En déduire que 0 n'est pas une racine de f .

2) Soit le polynôme H défini par $H(x) = 3x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 3$.

Montrer que l'équation $H(x) = 0 \Leftrightarrow (E) : 3X^2 - 8X - 3 = 0$ où $X = x + \frac{1}{x}$.

Résoudre (E) puis en déduire les racines de $H(x)$.

❖ Exercice 3 :

Existe-t-il un polynôme $P(x)$ du second degré vérifiant simultanément les conditions suivantes :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \begin{cases} P(x) = (x-2)Q(x) \\ P(x) = (x+1)T(x) \\ P(x) = (x-1)R(x) + 5 \end{cases} \quad \text{où } Q, T \text{ et } R \text{ sont trois polynôme.}$$

❖ **Exercice 4 :**

$p(x)$ et $q(x)$ sont différents du polynôme nul.

- 1) Déterminer les réels p et q de telle sorte que le polynôme $x^4 + px^2 + q$ soit divisible par $x^2 - 6x + 5$.
- 2) Déterminer les réels p et q de façon que le polynôme $x^4 + px^2 + q$ soit divisible par $x^2 + px + q$.
- 3) Montrer que si l'équation $x^3 + px + q = 0$ admet trois solutions a, b et c alors $a + b + c = 0$.
- 4) Le polynôme $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ a trois racines α, β et δ .

Sans calculer les racines, trouver les valeurs de :

$$\alpha + \beta + \delta \quad ; \quad \alpha\beta\delta \quad ; \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\delta} \quad ; \quad \alpha^2 + \beta^2 + \delta^2$$

❖ **Exercice 5 :**

$$\text{Soit } P(x) = \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} + \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{(x-c)(x-a)}{(b-c)(b-a)}$$

- 1) Calculer $P(a)$, $P(b)$ et $P(c)$.
- 2) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}, P(x) = 1$.

❖ **Exercice 6 :**

- 1) Vérifier que $1 - x^n = (1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{n-2}+x^{n-1})$
- 2) Montrer que le polynôme $nx^{n+1} - (n+1)x^n + 1$ (où $n \in \mathbb{N}$) est factorisable par $(x-1)^2$.
- 3) Soient $p(x)$ et $q(x)$ deux polynômes tels que $q(x) = p(x) + 1$.
Démontrer que $[p(x)]^{2n} + [q(x)]^n - 1$ est factorisable par $p(x) \cdot q(x)$.
En déduire que $(x-2)^{2n} + (x-1)^n - 1$ est factorisable par $(x-2)(x-1)$.
- 4) Montrer que $p(x) = (x+1)^{2n} - x^{2n} - 2x - 1$ est factorisable par $q(x) = x(x+1)(2x+1)$.

Expliciter $r(x)$ tel que $p(x) = q(x) \cdot r(x)$.

❖ **Exercice 7 :**

1) Montrer que, pour tout nombre réel x : $\left(\frac{x^2 + x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x^2 - x}{2}\right)^2 = x^3$

2) Soit f le polynôme défini par : $f(x) = \left(\frac{x^2 - x}{2}\right)^2$.

a) Démontrer que $f(x + 1) - f(x) = x^3$.

b) En déduire la meilleure forme factorisée de la somme en fonction de n , des n premiers entiers naturels élevés au cube : $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n - 1)^3 + n^3$.

c) Application : en déduire : $S_{20} = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 19^3 + 20^3$.

❖ **Exercice 8 :**

Soit le polynôme $p(x) = a^4(b - x) + b^4(x + a) + x^4(a - b)$ où a, b et c sont trois réels distincts.

1) Calculer $p(a)$ et $p(b)$.

2) Soit le polynôme $F(x) = p(x) - p(a)$.

a) Montrer que $F(x) = p(x) - p(b)$.

b) Prouver que $F(x)$ est divisible par $(x - a)(x - b)$.

3) Montrer que $F(c)$ est divisible par $(a - b)(c - a)(c - b)$.

Déterminer alors le quotient.

❖ **Exercice 9 :**

Un polynôme $P(x)$ de degré supérieur à 2 divisé séparément par $x - 2$ et $x + 3$ donne respectivement pour restes -4 et 2 .

Quel reste donnera-t-il si on le divise par $(x - 2)(x + 3)$?



INSTITUT MBACKÉ MATHS

Cours privées en ligne International en MATHS, PC, SVT



$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$



$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)$$

$$-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$V = Lwh$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx$$

Cours privés en ligne international

(Année 2023-2024)

Niveau

Terminale S2 // S1

Première S2 // S1

3eme

Seconde S

Options au choix

Option A Maths - PC -SVT

Option B Maths - PC

Option C Maths

Annales avec correction en vidéo réservés aux élèves des cours en ligne

Les cours débutent le 7 Novembre 2023.

Les inscriptions ont démarrées et se poursuivent

Inscrivez-vous maintenant au +221 70 713 09 21



Faites-vous encadrer par des **professeurs réputés au Sénégal**



Obtenez notre fascicule réservés aux membres des cours en ligne de l'Institut Mbacké Maths



Faites parti des **meilleurs de votre classe** et réussissez votre année avec distinction



Mbacké Maths

Visitez notre chaine Youtube



+221 70 713 09 21



mbaces883@gmail.com



Dakar, Sénégal