

Exercice 2 : (5 points)

1. Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$; où a ; b et c sont des réels.
 - a. Détermine la fonction dérivée $f'(x)$. ?
 - b. Détermine les réels a ; b et c sachant que f admet 1 pour extremum en 0 et - 3 pour extremum en 2 .
 - c. Dresse le tableau de variation de f .
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 12x + 1$.

LIMITE D'UNE FONCTION

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 4);$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 2);$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - x - 3);$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x + 6);$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^3 + 3x^2 - 1);$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x+5}{x-2}\right);$
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x + 5);$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-4x+5}{2x+1}\right);$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1} - 2x};$
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5x + 3} - 2x + 5);$
11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 13} + \sqrt{x^2 - 1});$
12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2 + \sqrt{x^2 - 3x + 1});$
13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x);$
14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x};$
15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{4x^2 - 1} - 3x);$
16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 - 7x^2 + 2x}{x^4 - 1}\right);$
17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^5 + 3x - 1}{x - 1 + 4x^2}\right);$
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1)(2 - \sqrt{x + 5});$
19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - 3\right)^2;$
20. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 4x + 1);$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{x+4}\right);$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-3}{x^2}\right);$
23. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 1}\right);$
24. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + x - 1}{x - 2}\right);$
25. $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x + 5}{(x + 3)^2}\right);$
26. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^4 - 7x}{2x^2 - 8}\right);$
27. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}\right);$

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2-x}{9-x^2};$
2. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2-x}{9-x^2};$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2x^3 - 7x + 1}{2x(1-x^2)}\right);$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - x - 2};$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{3x^3 - 13x^2 + 16x - 4};$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 2};$
7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2};$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2};$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2 - \sqrt{12+x^2}}{3x^2 - 7x + 2};$
10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{2 - \sqrt{x^2 - x + 2}};$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+2} - \sqrt{11x-6}}{x+1 - \sqrt{x+3}};$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x};$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} + \tan x\right);$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x};$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x};$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x \cos x};$
17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sin^2 x + 2};$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 2x};$
19. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{2x - \frac{\pi}{2}};$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2};$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$
22. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$
23. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 - \sin x};$
24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x};$
25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos \left(\frac{1}{x}\right);$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x - \sin 2x}{5x};$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3};$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 3x \times \tan 5x};$

Exercice 3

Pour chacune des fonctions f suivantes, détermine le domaine de définition; puis calcule les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f .

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 4);$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x - 2);$
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^2 - x - 3);$
4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x + 6);$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^3 + 3x^2 - 1);$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x + 5}{x - 2} \right);$
7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x + 5);$
8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-4x + 5}{2x + 1} \right);$
9. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x^2 + 1} - 2x};$
10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 5x + 3} - 2x + 5);$
11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 13} + \sqrt{x^2 - 1});$
12. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 2 + \sqrt{x^2 - 3x + 1});$
13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} + x);$
14. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x};$
15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{4x^2 - 1} - 3x);$
16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3 - 7x^2 + 2x}{x^4 - 1} \right);$
17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^5 + 3x - 1}{x - 1 + 4x^2} \right);$
18. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 1)(2 - \sqrt{x + 5});$
19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - 3 \right)^2;$
20. $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 4x + 1);$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{x + 4} \right);$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{-3}{x^2} \right);$
23. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 1} \right);$
24. $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \right);$
25. $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x + 5}{(x + 3)^2} \right);$
26. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^4 - 7x + 2}{2x^2 - 8x + 1} \right);$
27. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 + 1} \right);$

Exercice 2

Déterminer les limites suivantes

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2 - x}{9 - x^2};$
2. $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2 - x}{9 - x^2};$
3. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2x^3 - 7x + 1}{2x(1 - x^2)} \right);$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - x - 2};$
5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{3x^3 - 13x^2 + 16x - 4};$
6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 2};$
7. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2};$
8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 7} - 3}{x - 2};$
9. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2 - \sqrt{12 + x^2}}{3x^2 - 7x + 2};$
10. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{2 - \sqrt{x^2 - x + 2}};$
11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x + 2} - \sqrt{11x - 6}}{x + 1 - \sqrt{x + 3}};$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x};$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} + \tan x \right);$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x};$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x};$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x \cos x};$
17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1}{\sin^2 x + 2};$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 2x};$
19. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{2x - \frac{\pi}{2}};$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x^2};$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$
22. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \cos x}{1 - \sin x - \cos x};$
23. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 - \sin x};$
24. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x};$
25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cos \left(\frac{1}{x} \right);$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x - \sin 2x}{5x};$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3};$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\sin 3x \times \tan 5x};$

Exercice 3

Pour chacune des fonctions f suivantes, détermine le domaine de définition; puis calcule les limites aux bornes du domaine de définition de la fonction f .

1. $f(x) = x^3 - 3x - 2x^2 + 1$;
2. $f(x) = -2x^2 + 5x$;
3. $f(x) = -x + 3 - 4x^2$;
4. $f(x) = 3x^4 + 4x^2 - 5$;
5. $f(x) = 1 - 3x + 11x^5$;
6. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$;
7. $f(x) = \frac{3 - x}{4x - 7}$;

8. $f(x) = \frac{1 - 2x + x^2}{3x^2 - 4x + 1}$;
9. $f(x) = \frac{2x - 4}{x^2 - 9}$;
10. $f(x) = 2 + \frac{1}{x - 1}$;
11. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 3$;
12. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;

13. $f(x) = \sqrt{x + 4}$;
14. $f(x) = 2x - \sqrt{1 - x}$;
15. $f(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$;
16. $f(x) = \frac{x - 4 - \sqrt{x^2 - 2}}{2}$;
17. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$;
18. $f(x) = 2x + 5 + \frac{9}{x - 2}$.

CONTINUITÉ D'UNE FONCTION

Exercice 4

1. Dans chacun des cas suivants étudier la continuité de f en x_0

$$(a) \begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & \text{si } x < 3 \\ f(x) = \sqrt{8x - 12}, & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad x_0 = 3$$

$$(b) \begin{cases} f(x) = \sin x + \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin x}, & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = \sqrt{2}, & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad x_0 = 0$$

$$(c) \begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}, & \text{si } x \neq 1 \\ f(1) = 2, & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad x_0 = 1$$

$$(d) \begin{cases} f(x) = \frac{x - 2}{1 - 3x}, & \text{si } x \in [0; 1[\\ f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right), & \text{si } x \in [1; 2] \end{cases} \quad x_0 = 1$$

2. Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = \frac{(2+x)^2 - 4}{x}, & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 5, & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Étudier la continuité de f en $x = 0$.

3. Soit la fonction numérique f définie par

$$\begin{cases} f(x) = \frac{(2+x)^2 - 4}{x} \\ f(0) = 5 \end{cases} \quad \text{étudier la continuité de } f \text{ en } x=0.$$

4. Soit les deux fonctions numériques $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x \mapsto g(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+13} - 4}, & x \neq 3 \\ g(3) = m \end{cases}$$

Quelle valeur faut-il attribuer à m pour que g soit un prolongement de f par continuité au point $x = 3$?

5. Soit la fonction numérique f définie par $f(x) = |x - 1| + \frac{2}{x + 1}$

- (a) Étudier la continuité de f au point d'abscisse $x = 1$
- (b) Étudier la dérivabilité de f au point d'abscisse $x = 1$.

6. Dans chacun des cas suivants, préciser l'ensemble de définition de la fonction f et déterminer s'il existe le prolongement par continuité de cette fonction en x_0 .

$$(a) f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{3x^2 - 7x + 2}, \quad \text{et } x_0 = 2; \quad (d) f(x) = \frac{3}{x^2}, \quad \text{et } x_0 = 0;$$

$$(b) f(x) = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}, \quad \text{et } x_0 = 0; \quad (e) f(x) = \frac{x + 4}{|x| - 4}, \quad \text{et } x_0 = 4; \quad x_0 = -4;$$

$$(c) f(x) = \frac{\tan x}{x}, \quad \text{et } x_0 = 0 \quad (f) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x^3 + 1}, \quad \text{et } x_0 = -1$$

DÉRIVÉE D'UNE FONCTION

Exercice 5

Calcule la dérivée f' de la fonction dans les cas suivants :

1. $f(x) = -x^2 + 4x + 7$
2. $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x + \sqrt{6}$
3. $f(x) = x^2(1-x)$
4. $f(x) = (2x+3)(x^2-4)$
5. $f(x) = (-4x^3-6)(x^3-4x^2+5)$
6. $l(x) = \frac{\sqrt{x^2-4x}}{\cos^2 x}$;
7. $m(x) = x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$;
8. $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$
9. $f(x) = \frac{x^2-4}{x+3}$
10. $f(x) = 2x+5 + \frac{9}{x-2}$
11. $f(x) = \frac{x^2-2}{x^4-16}$
12. $f(x) = \frac{3^2-2x+3}{2-2x^2}$
13. $f(x) = (4x-\sqrt{2})^3$
14. $f(x) = (2x^2-6x+7)^2$
15. $f(x) = (\frac{4}{7}x^2-6x-2x^3+4)^3$
16. $f(x) = 2x^3 - \sqrt{2x+3} + \frac{2}{3x-1}$
17. $f(x) = \frac{\sqrt{5}-\frac{2}{3}}{2-\sqrt{3}}$

Exercice 6

1. Soit f la fonction définie sur f par : $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & \text{si } x < 0 \\ x-1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$
La fonction f est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$?

2. Étudier la dérivabilité en 0 de $x \mapsto x\sqrt{x}$

3. Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = (x-1)\sqrt{1-x^2}$

(a) Déterminer l'ensemble de définition de f

(b) Étudier la dérivabilité de f en $+1$ et en -1

4. On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x^2-1|$

(a) Donner, suivant la valeur de x , l'expression de $f(x)$

(b) Étudier la dérivabilité de f en 1

5. Dans chacun des cas suivants, étudier la dérivabilité de la fonction f au point x_0 indiqué et donner une équation de la tangente ou des demi-tangentes à la courbe (C_f) au point x_0 :

- a) $f(x) = 2x^2 - 4$; $x_0 = 1$
- b) $f(x) = \frac{|x-3|}{1-x}$; $x_0 = 3$
- c) $f(x) = \sqrt{x-1}$ et $x_0 = 1$
- d) $f(x) = \sqrt{x^3+8x}$ et $x_0 = 0$
- e) $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+2x+1}$ et $x_0 = 0$

Exercice 7

1. Détermine la fonction polynôme du second degré f telle que : $f(0) = 4$, $f'(0) = 3$ et $f(1) = 3$.

2. Soit a et b deux nombres réels. On considère la fonction f définie par : $f(x) = ax + b + \frac{1}{3-x}$.

(a) Calculer les valeurs de a et b sachant que : $f(2) = 2$ et $f'(2) = 0$.

(b) Donner une équation cartésienne de la tangente au point d'abscisse 2 de la courbe représentative de f .

Exercice 8

1. Dans chacun des cas suivants :

- précise l'ensemble de dérivabilité de la fonction f ;
- détermine la dérivée de f et étudier son signe ;
- dresse le tableau de variation de f .

a) $f(x) = x^2 + 1$; b) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

c) $f(x) = \frac{2x+5}{2-x}$; d) $f(x) = \frac{4x^2-11x-2}{x-2}$

e) $f(x) = \sqrt{2-3x}$; f) $f(x) = x - \sqrt{x}$

2. Dans chacun des cas suivants :

• précise l'ensemble de définition de la fonction f ;

• détermine la dérivée de f et étudie son signe sur l'intervalle K ;

• dresse le tableau de variation de f sur K ;

a) $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$ et $K =]0; \pi[$;

b) $f(x) = \sin^2 x + \cos x$ et $K =]-\pi; \pi[$;

c) $f(x) = \frac{1 - 3 \cos 3x}{\cos 3x - 2}$ et $K =]0; \pi[$.

ÉQUATION DE LA TANGENTE

Exercice 9

Déterminer une équation de la droite tangente à la courbe (C_f) de la fonction f au point d'abscisse x_0 .

1) $f(x) = 2x^3 - 5x + 9$ $x_0 = -3$

2) $f(x) = 2x - \sqrt{3 - x}$ $x_0 = 2$

3) $f(x) = (-x^2 + 4)^5$ $x_0 = -1$

4) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ $x_0 = -2$

ÉTUDE D'UNE FONCTION

Exercice 10

Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, où a , b et c sont des réels.

1. Calculer $f'(x)$.

2. Déterminer les réels a , b , c sachant que f admet 1 pour extremum en $x = 0$ et -3 pour extremum en $x = 2$.

3. Étudier la fonction f .

4. Tracer la courbe (C_f) de f .

Exercice 11

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+$	2	$+\infty$

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

1. calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.

Trouver les réels a , b et c en utilisant les données du tableau.

2. Montrer que la courbe (C_f) admet une droite asymptote oblique (D) . Étudier la position de (C_f) par rapport à (D) .

3. Donner le signe de $f(x)$ pour x élément du domaine de définition de f .

4. Tracer la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 12

1. Aux trois réels a , b , c on associe la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$$

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Déterminer les constantes a , b , c pour que (C) passe par les points $A(1; -2)$, $B(-4; 8)$; et admette au point $x = 2$ une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 4}{x}$

- Étudier les variations de la fonction f .
- Montrer que le point d'intersection I des asymptotes est centre de symétrie de la courbe (C) .
- Étudier la position de (C) par rapport à son asymptote oblique (Δ) .
- Construire la droite (Δ) et la courbe (C) .
- Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation : $-x^2 + (3-m)x - 4 = 0$.

Exercice 13

Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$		-1	-5	

La fonction f a pour formule explicite : $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.

- Déterminer l'ensemble de définition de f .
- Calculer $f'(x)$.
- Déterminer les réels a , b , et c en utilisant les données du tableau de f .
- Donner une équation de la tangente (T_0) à la courbe (C_f) de f au point d'abscisse $x_0 = 1$.
- Tracer la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 14

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{2x+4}{-x+1}$, soit (C_f) la courbe de f .

- Étudier les variations de la fonction f .
- Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point $x = 0$;
- Quel est le coefficient directeur de la tangente (T) ?
- Tracer la courbe (C_f) de f .
- Résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$

Exercice 15

Soit la fonction f :

$$\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{ax+b}{x+c} \quad \text{où } a, b, c \text{ sont des réels.}$$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

- Déterminer les nombres réels a, b ; et c pour que :
 - (C_f) passe par le point $A(1; 4)$
 - La tangente à (C_f) au point $B(5; 0)$ admet 1 pour coefficient directeur et la droite d'équation $x = 3$ est asymptote verticale à la courbe (C_f) .
- Vérifier que le point $\Omega(3; 2)$ est centre de symétrie de (C_f) .
- Trouver la pente de la tangente à au (C_f) point A .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection des tangentes à (C_f) respectivement aux points A et B .

Exercice 16

Soit $f(x) = \frac{x+1}{2x+5}$ et (C) la courbe représentative de f .

1. Donner une équation de la tangente à (C) au point $x_0 = -2$.
2. Existe-t-il un point de (C) où la tangente à (C) a pour coefficient directeur -5 ?
3. Déterminer les points de (C) en lesquels la tangente à (C) est parallèle à la droite d'équation $y = 3x - 4$. Vérifier que ces points sont symétriques par rapport au point $S(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$. Donner les équations des tangentes à (C) en ces points.
4. Étudier la position de par rapport à la droite (D) : $y = \frac{1}{2}$.

Exercice 17

A) Soit la fonction f_m définie par : $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 4m}{x^2 + (5m + 1)x + 3}$; où x est la variable et m un paramètre ; à chaque valeur de m correspond une courbe (C_m) .

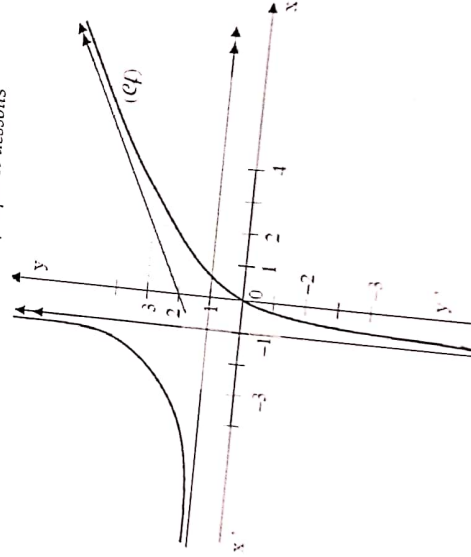
1. Montrer que toutes les courbes (C_m) passent par trois points fixes dont on déterminera les coordonnées indépendamment de m .
2. Déterminer m pour que le point d'intersection P de (C_m) et de l'asymptote parallèle à l'axe des abscisses ait pour abscisse $\frac{3}{2}$.
3. Construire la courbe (C_0) .

B) Soit la famille de fonctions f_m définie par : $f_m(x) = \frac{mx^2 - 2x + 1}{x^2 - 2mx + 1}$ où m est un paramètre réel.

1. Montrer que toutes les courbes (C_m) de f_m passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.
2. Déterminer m pour que, quel que soit le réel $x \neq \{0; -2; 2\}$, l'entier naturel $[f_m(x)]^2$ soit au plus égal à 1.
3. Représenter graphiquement la fonction pour $m = 0$.

Exercice 18

1. Soit f la fonction définie par sa représentation graphique ci-dessous



- A partir des renseignements fournis par la courbe (C_f) de f Déterminer :
- (a) le domaine de définition D_f de f ,
 - (b) les limites de aux bornes de D_f ,
 - (c) une équation de chacune des asymptotes à la courbe (C_f) de f ,
 - (d) Le tableau des variations de f .

Exercice 19

I) On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$.
Déterminer les réels a ; b ; c tels que la courbe (C_f) de f passe par les points $A(0; -6)$ et $B(2; 4)$, puis admet au point B de (C_f) une tangente de coefficient directeur égal à -3 .

II) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$. Soit (C_f) sa courbe.

1. Étudier les variations de la fonction f ;
2. Montrer qu'il existe des réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$. En déduire l'équation de l'asymptote oblique (Δ) à la courbe (C_f) .
3. Montrer que le point I intersection des asymptotes est centre de symétrie de (C_f) .
4. Donner une équation de la tangente à (C_f) en $x = 2$.
5. Tracer dans le plan muni d'un repère orthonormé la courbe (C_f) .
6. Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m l'existence et le signe des racines de l'équation $x^2 - (3 + m)x + m + 6 = 0$.

Exercice 20

A) Soit $h(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$. Déterminer les réels a ; b ; c sachant que la courbe de h passe par les points $A(0; 2)$; $B(2; -2)$ et admet une tangente horizontale au point $x = 2$.

B) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x - 1}$.

1. Déterminer les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.
2. Étudier la fonction f .
3. Montrer que la droite (D) d'équation : $y = -x + 1$ est asymptote oblique à la courbe (C_f) .
4. Étudier les positions relatives de (C_f) par rapport à (D) .
5. Donner une équation de la tangente T au point d'abscisse 0.
6. Tracer la courbe (C_f) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 21

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

1. Montrer qu'il existe des réels a et b tels que pour tout $x \neq 1$;
$$f(x) = ax + \frac{b}{x - 1}$$
2. Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble, puis son sens de variation. Dresser le tableau de variation de f .
3. Quelles sont les droites asymptotes à la courbe (C_f) de f ?
4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe (C_f) au point $x = \frac{1}{2}$.
5. Étudier les positions de la courbe par rapport à son asymptote oblique (D) .
6. Tracer la courbe (C_f) de f . Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E) : $f(x) = m$ suivant les valeurs du réel m .
7. Déterminer les coordonnées x_0 et y_0 du point I centre de symétrie de la courbe (C_f) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
8. Soit (Δ) la droite d'équation : $y = 2x - 1$. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe (C_f) et de la droite (Δ) .

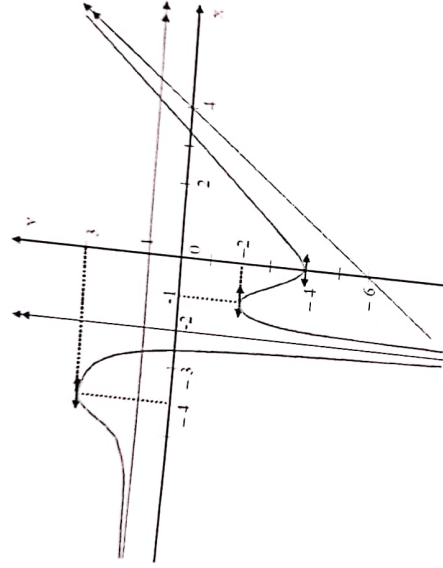
Exercice 22

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{3(x - 1)^3}{3x^2 + 1}$ et soit (C) sa courbe représentative dans repère orthonormé (unité graphique 1 cm).

1. Déterminer les réels $a; b; c$ tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{3x^2 + 1}$.
2. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f puis les limites de f .
3. Montrer que f est dérivable sur D_f et calculer sa dérivée.
4. Dresser le tableau de variation de f .
5. Montrer que la courbe (C) de f admet une droite (D) asymptote que l'on déterminera.
6. Étudier la position relative de (C) par rapport à son asymptote (D).
7. Montrer que (C) admet un centre de symétrie dont on calculera les coordonnées.
8. Donner l'équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $x = 0$.
9. Tracer (D); (T) et la courbe (C) de f .

Exercice 23

Soit f la fonction donnée par sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; i, j)$.



1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Donner les limites de $f(x)$ aux bornes de D_f .
3. Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_f) de f .
4. Dresser le tableau de variation de f .
5. Donner l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 24

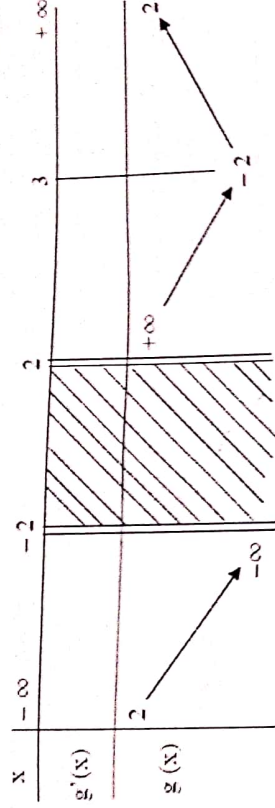
Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ et (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; i, j)$.

1. Étudier les variations de la fonction f et tracer sa courbe (C_f) .
2. Trouver le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .
3. Quels sont les extremums locaux de f ? donner leurs natures.
4. Donner une équation de la tangente (T) à (C_f) au point $x_0 = 2$.

Exercice 25

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction g . Soit (C_g) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; i, j)$.

déterminera.
ordonnées.



Après avoir complété le tableau de variation de g , et à partir des renseignements qu'il fournit donner :

1. L'ensemble de définition D_g de g .
2. Les limites de g aux bornes de D_g .
3. Une équation de chacune des asymptotes à la courbes (C_g) .
4. L'extremum relatif de g ; quelle est sa nature ?
5. Tracer la courbe (C_g) .

Exercice 26

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1}$.

Soit (C_f) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1. Déterminer les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.
En déduire une équation de la droite (D) asymptote oblique à (C_f) .
2. Étudier les variations de la fonction f (on déterminera les points d'intersection de (C_f) avec les axes de coordonnées).
3. Montrer que I point d'intersection des asymptotes est centre de symétrie.
4. Tracer (D) et (C_f) .
5. Déduire de la courbe (C_f) l'existence et le signe des racines de l'équation $f(x) = m$.

Exercice 27

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{ax + b}{x + c}$ où a, b, c sont des nombres réels.

1. Déterminer les réels a, b, c pour que la courbe (C_f) de f admette les asymptotes d'équations respectives $x = -2$; $y = 1$ et la tangente à (C_f) au point d'abscisse -1 soit parallèle à la droite (D) d'équation $y = -x$.
2. Étudier f et tracer sa courbe (C_f) .
3. En s'aider de (C_f) construire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = \frac{-ax + b}{-x + c}$ où a, b, c sont des nombres réels déterminés à la première question.

Exercice 28

Soit f la fonction définie par $f(x) = |x^2 - 2x| + 1$.

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
2. Écrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue; puis déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f .
3. Étudier la dérivabilité de f respectivement aux points 0 et 2.
4. Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation complet.

Exercice 29

1. (a) Soit f une fonction telle que pour tout $x > 1$, $\frac{2}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{2}{x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(b) Soit f une fonction telle que pour tout $x > 1$, $\frac{2}{x} \leq f(x) - \frac{3}{2} \leq \frac{3}{x}$. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 Les propriétés suivantes permettent-elles de conclure concernant $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$?

$$f(x) \geq 2x - 3 \quad f(x) \geq x^2 - 3$$

2. Déterminer, à l'aide des théorèmes de comparaison, les limites en $+\infty$ et en $-\infty$ de chacune des fonctions f suivantes (si elles existent) : a) $f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2}}{2 + \cos x}$ b) $f(x) = \frac{x \sin x}{x^2 + 1}$

3. On veut trouver la limite en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(a) Montrer que pour $x > 0$, $x^2 < 1 + x^2 < (1+x)^2$

(b) En déduire pour $x > 0$ un encadrement de $f(x)$.

(c) En déduire la limite de f en $+\infty$.

Exercice 30

1. : Déterminer la fonction polynôme du second degré f telle que $f(0) = 4$; $f'(0) = 3$ et $f(1) = 3$

2. : Soit a et b deux nombres réels. On considère la fonction f définie par : $f(x) = ax + b + \frac{1}{3-x}$

(a) Calculer les valeurs de a et b sachant que : $f(2) = 2$ et $f'(2) = 0$

(b) Donner une équation cartésienne de la tangente au point d'abscisse 2 de la courbe représentative de f .

Exercice 31

On considère la fonction numérique f de la variable réelle définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$$

On désigne par (C_f) la représentation graphique de f .

1.) a.) Déterminer l'ensemble de définition de f .

b.) Calculer les limites de f aux bornes de l'ensemble de définition.

2.) a.) Déterminer la fonction dérivée f' de f .

b.) Dresser le tableau de variation de f .

En déduire le sens de variation de f .

3.) a.) Déterminer les nombres réels a , b et c tels que pour tout $x \in D_f$,

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

En déduire une équation cartésienne de l'asymptote oblique (Δ) à (C) .

b.) Étudier la position relative de (C_f) et (Δ) .

4.) a.) Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses.

b.) Construire (C_f) .

5.) Démontrer que le point $\Omega(1; 1)$ est un centre de symétrie de (C_f) .

Exercice 32

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$-\infty$		$+\infty$	

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

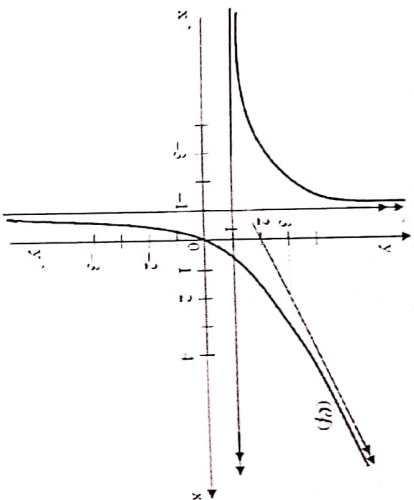
1. calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.

Trouver les réels a , b et c en utilisant les données du tableau.

2. Montrer que la courbe (C_f) admet une droite asymptote oblique (D) . Étudier la position de (C_f) par rapport à (D) .
3. Donner le signe de $f(x)$ pour x élément du domaine de définition de f .
4. Tracer la courbe (C_f) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Exercice 33

Soit f la fonction définie par sa représentation graphique ci-dessous



A partir des renseignements fournis par la courbe (C_f) de f Déterminer :

1. le domaine de définition D_f de f .
2. les limites de aux bornes de D_f .
3. une équation de chacune des asymptotes à la courbe (C_f) de f .
4. Le tableau des variations de f .

Exercice 34

Le repère $(O, \bar{I}, \bar{J})$ est orthonormé. Soit f la fonction définie par : $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative.

1. Démontrer que f est impaire et périodique, de période 2π .
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2(2 \cos x - 1)(\cos x + 1)$.
3. Dresser le tableau de variation de f sur $[0, \pi]$.
4. Tracer (C_f) sur $\left[-\frac{7\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$.

Exercice 35

On note $f(x)$ la population (en millier) d'une ville fondée en 1960, où x désigne la durée écoulée depuis 1960, exprimée en années. $f(x) = \frac{60x + 40}{x + 10}$ et $x \in [0; +\infty[$

1. Déterminer a et b tels que : $f(x) = a + \frac{b}{x + 10}$ pour $x \in [0; +\infty[$.
2. (a) Calculer $f'(x)$
(b) Justifier que la population est croissante.
3. (a) Résoudre l'équation $f(x) = 52$
(b) En déduire à partir de quelle année la population de cette ville sera supérieure à 52 000 habitants.
4. Quelle est la limite de f en $+\infty$? En donner une interprétation quant à la population de cette ville.
5. Tracer la courbe (C_f) de f dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1cm pour 10 ans sur l'axe des abscisses et 1cm pour 1 000 habitants sur l'axe des ordonnées.

Exercice 36

1. Le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé.

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 4\sin^2 x \cos 2x$.
On désigne par (C) la courbe représentative de f .

- Démontrer que f est périodique de période π .
- Démontrer que la droite d'équation $x = \frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie de (C).
- Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = 4\sin 2x(1 - 4\sin^2 x)$.
- Dresse le tableau de variation de f sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

2. Trace (C) sur $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

Exercice 37

Le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ es orthonormé.

Soit f la fonction définie par : $f(x) = -2\cos x - \frac{1}{2}\cos 2x$.

On désigne par (C) la courbe représentative de f .

- Démontrer que f est paire et périodique, de période 2π .
- Démontrer que :

$$x \in \mathbb{R}, f'(x) = 2\sin x(1 + \cos x)$$

3. Dresse le tableau de variation de f sur $[0; \pi]$.

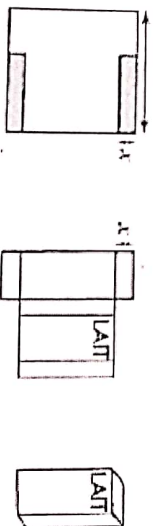
4. Trace (C) sur $\left[-\frac{7\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right]$.

Exercice 38

Le repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ es orthonormé.

1. Soit f la fonction $x \rightarrow 2x^3 - 60x^2 + 450x$ et (C) sa courbe représentative.

- Dresse le tableau de variation de f .
 - Détermine une équation de la tangente (Δ) en O à (C).
 - Calculer $f(5)$, $f(10)$, $f(15)$ et $f(20)$. Trace (C) et (Δ). (Prendre 1 cm pour représenter 2 unités sur l'axe des abscisses et 100 unités sur l'axe des ordonnées.)
 - Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f'(x) = 500$.
2. Un fabricant creuse la production de boîtes de lait en cartons obtenues en découpant deux bandes de même largeur dans une feuille carrée, comme l'indique la figure ci-dessous.



Le côté de la feuille mesure 30 cm et on désigne par x la largeur en cm des bandes découpées.

- Calculer les dimensions de la boîte et son volume lorsque $x = 10$.
- On suppose maintenant que : $0 < x < 15$. Exprime en fonction de x et en cm^3 , le volume $V(x)$ de la boîte.
Vérifie que $V(x) = 2x^3 - 60x^2 + 450x$.
- Pour quelle valeur de x le volume $V(x)$ est-il maximal? Calculer ce volume maximal.
- Le fabricant veut obtenir des boîtes de 500 cm^3 .
Quelle valeur doit-il donner à x ?

Exercice 39

Une entreprise fabrique n articles par mois. Les charges se répartissent en charges fixes d'un montant de 750 000F par mois et en charges variables d'un montant de 1 200F par article et par mois.

- Exprimer en fonction de n le prix de revient r d'un article.
- (a) Étudier la fonction $f(x) = 1200 + \frac{750000}{x}$
(b) Le repère du plan étant orthogonal, tracer sa courbe représentative sur $[500; 1500]$
(c) Construire, sur le même graphique, la droite d'équation $y = 2000$
- Chaque article est vendu à 2000F. Déterminer le nombre minimum d'articles à produire pour que l'entreprise soit rentable. Retrouver ce résultat sur le graphique.

Exercice 40

Soit f la fonction définie par $f(x) = |x - 1| - \frac{2}{x+1}$.

- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- Écrire $f(x)$ sans valeur absolue.
- Déterminer les limites de f aux bornes de D_f .
- La fonction f est-elle continue au point 1 ?
- La fonction f est-elle dérivable au point 1 ? Que peut-on dire ?
- Étudier les variations de f .
- Montrer que les droites d'équations $y = x - 1$ et $y = -x + 1$ sont asymptotes à la courbe (C) et f .
- Tracer (C) .

Exercice 41

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$
Soit (Cf) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A :

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

- Étudier la fonction g (limites et sens de variations)
- Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $g(\alpha) = 0$, puis déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près du réel α .
- Étudier le signe de g sur $\mathbb{R}$

Partie B :

- Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f .

Montrer que $\forall x \in D_f$ on a : $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ puis déduire le tableau de variation de f .

- (a) Montrer que $\forall x \in D_f$: $f(x) = x + 2 + \frac{x+2}{x^2-1}$
(b) En déduire que (C) admet une asymptote oblique (D) en $-\infty$ et $+\infty$.
(c) Étudier la position de (C) par rapport à (D) .
- Tracer la courbe (C) et la droite (D) .

Partie C :

- Déterminer l'abscisse des points de la courbe (C) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x + 2$.
- Déterminer une équation de chacune de ces tangentes et les représenter.
- En déduire graphiquement, suivant les valeurs de m , le nombre de solution de l'équation $f(x) = m + x$

Exercice 42

- On considère la fonction polynôme P définie pour tout x réel par

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$$

- a. Étudier les variations de P .
 - b. Montrer que l'équation $P(x) = 0$ admet une solution réelle et une seule, α , et que α appartient à $]1,6; 1,7[$.
2. Soit D l'ensemble des réels strictement supérieurs à -1 . On considère la fonction numérique f définie dans D par

$$f(x) = \frac{1-x}{1+x^3}.$$

- On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal (on prendra comme unité 4 cm).
- a. Étudier les variations de f (on utilisera pour cela les résultats du 1.).
 - b. Écrire une équation de la tangente (Δ) à (C) en 0. Étudier la position de (C) par rapport à (Δ) dans $] -1; 1[$.
 - c. Montrer que (C) est située au-dessus de sa tangente au point d'abscisse 1. Tracer la courbe (C), la droite (Δ) et la tangente à (C) au point d'abscisse 1.

Compositions du deuxième trimestre 2014 - 2015 : Classes de 9^{ème} Année.
Epreuve de Mathématiques :

I. Algèbre :

Exercice 1 :

On donne l'application g définie dans $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax + b$ où a et b sont des réels.

- 1) Détermine a et b sachant que $g(1) = 1$ et $g(-1) = -9$.
- 2) Ecris alors $g(x)$.
- 3) Résous dans $\mathbb{R}$: $2g(x) = -3$; $g(x) \leq 0$

Exercice 2 :

On désigne par A l'ensemble des réels (x, y) solutions de l'équation $4x - 3y = 5$:

- a) Soit $P = \{(2; 1), (3; 2), (1; -3), (\frac{5}{4}; 0)\}$. Quels sont les couples de P qui sont éléments de A ?
- b) Calcule le réel x pour que $(x; -2)$ soit élément de A .

Exercice 3 :

La somme de deux nombres naturels est 925, si on divise le plus grand par le plus petit, le quotient est 6 et le reste est 50. Calcule ces deux nombres.

Exercice 4 :

Résous graphiquement le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} x + y + 1 < 0 \\ -x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

II. Géométrie :

Exercice 1 :

- 1) Construis un triangle KLM rectangle en K sachant que $KL = 8\text{cm}$ et $LM = 10\text{cm}$;
- 2) Calcule KM , $\cos \hat{M}$ et $\sin \hat{M}$;
- 3) Démontre que $\cos^2 \hat{M}$ et $\sin^2 \hat{M} = 1$;

Exercice 2 :

Dans le plan rapporté à un repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on donne les points E, F, G définis par :

$$\vec{OE} = 3\vec{i}; \quad \vec{OF} = 4\vec{j}; \quad \text{et} \quad \vec{OG} = \vec{i} + \vec{j}$$

- 1) Détermine les coordonnées des points E, F, G puis place-les dans le repère.
- 2) Calcule les coordonnées des vecteurs $\vec{EF}$ et $\vec{FG}$.
- 3) Calcule les coordonnées du point A milieu du segment $[EG]$.
- 4) Calcule les coordonnées du point M tel que (E, F, H, G) soit un parallélogramme.
- 5) Détermine une équation de la droite (EF) .

MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE

*_*_*_*_*_*_*_*_*_*

ACADEMIE D'ENSEIGNEMENT DE BAMAKO

*_*_*_*_*_*_*_*_*_*

DISTRICT RIVE GAUCHE

*_*_*_*_*_*_*_*_*_*

REPUBLIQUE DU MALI

Un Peuple - Une But - Une Foi

COMPOSITION DU DEUXIEME TRIMESTRE 2017-2018 Durée : 3 heures
Epreuve de Mathématiques

I. Algèbre :

Exercice 1 :

Soit les applications affines g et h définies dans $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = x - 3 \text{ et } h(x) = ax + b$$

Trouve les réels a et b sachant que :

$$h(0) = -2 \text{ et } h(-2) = 0$$

Exercice 2 :

Résous graphiquement le système suivant

$$\begin{cases} 3x + 3y = 0 \\ -4x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$$

Exercice 3 :

Un camion transporte 20 caisses dont les unes pèsent 28 kg et les autres 16 kg. Sachant que la masse totale de ces caisses est 416 kg, combien y a-t-il de caisses de chaque sorte ?

II. Géométrie :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1)

a) Place dans le repère les points :

$A(3; 2)$; $B(9; 5)$ et $C(1; 6)$

b) Calcule les coordonnées du point K milieu du segment (AC)

2) Cherche les coordonnées du point :

$D(x_0; y_0)$ afin que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme

a) Justifie que les coordonnées de D doivent vérifier les deux égalités suivantes :

$$\frac{9 + x_D}{2} = 2; \quad \frac{5 + y_D}{2} = 4$$

b) Dédure des égalités suivantes les coordonnées du point D ; puis place ce point

3) On considère le point $E(7; 9)$.

Le quadrilatère $ABEC$ est-il un rectangle ? Justifie votre réponse.