

Exercice1

1) Calcule les limites suivantes:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^3 + x^2 - 1}{2x + 3}$; b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2}{|x| + 2}$; c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1}{\tan x}$; d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sqrt{3} \cos x - 3 \sin x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{36 - x^2}{x - 6}$; f) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 6x + 4}{x^2 - 1}$; g) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$; h) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{x - 5}$;

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 16}{\sqrt{2x} - 4}$; j) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x - \sqrt{x+2}}$; k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 x - \sin^2 x}{\sin x}$,

2) Dans chacun des cas suivants, calcule la limite à gauche et la limite à droite de la fonction f en x_0 :

a) $f(x) = \frac{x^2}{21 - 7x}$; $x_0 = 3$

b) $f(x) = \frac{-3}{x^2}$; $x_0 = 0$

c) $f(x) = \frac{1}{x^3}$; $x_0 = 0$

d) $f(x) = \frac{4x}{x+1}$; $x_0 = -1$

e) $f(x) = \frac{-4}{(x+2)^5}$; $x_0 = -2$

f) $f(x) = \frac{2}{(1-x)^4}$; $x_0 = 1$

g) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x - 8}$; $x_0 = -2$; $x_0 = 4$

Exercice2

1) Dans chacun des cas suivants, calcule la limite à gauche et la limite à droite de la fonction f en x_0 . La fonction f admet-elle une limite en x_0 ?

a) $\begin{cases} f(x) = \frac{4x+1}{x+1} & \text{si } x < 2 \\ f(x) = \sqrt{2x+5} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$; $x_0 = 2$ b) $\begin{cases} f(x) = 2x^2 - x + 5 & \text{si } x \leq -1 \\ f(x) = 3x + 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$; $x_0 = -1$

2) Dans chacun des cas suivants, calcule la limite de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$:

a) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 1$

b) $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 7x$

c) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$

e) $f(x) = -x^6 - x^2 + 4$

f) $f(x) = \frac{-x^2 - x + 2}{3x^2 + x - 1}$

g) $f(x) = \frac{(x-3)(1+x)}{(-x+4)(5+x+x^2)}$

Exercices sur les limites et continuité-11è S- par B. DIARRA

Exercice3

Pour chacune des fonctions suivantes, donne l'ensemble de définition D_f , puis calcule les limites aux bornes de D_f et en déduis les équations des asymptotes éventuelles à (C_f) .

$$\begin{array}{lll} 1) f(x) = \frac{2x^2 + 2x - 2}{-x + 2} & 3) f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 2}{-x^2 - x + 2} & 5) f(x) = \frac{-5}{(x-3)^2} \\ 2) f(x) = \frac{4-5x}{x^2 + 2x - 3} & 4) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} & 6) f(x) = -3x^3 + 5x^2 - 7x + 1 \end{array}$$

Exercice4

1) Détermine à l'aide des théorèmes de comparaison, les limites en $-\infty$ et en $+\infty$ de chacune des fonctions suivantes f (si elles existent) :

$$a) f(x) = \frac{1 + \cos x}{\sqrt{x}} \quad b) f(x) = \frac{x \sin x}{x^2 + 1}$$

2) On considère la fonction f définie sur $[2; +\infty[$ par: $f(x) = \frac{2x + \sin x}{x-1}$

a) Encadre f par deux fonctions rationnelles

b) En déduis la limite de f en $-\infty$ et en $+\infty$

Exercice4

I. Dans chacun des cas suivants, justifie la continuité de la fonction f en b .

1) $f(x) = -3x^3 - x^2 + 1$; $b = 1$

2) $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x-1}$; $b = 2$

3) $f(x) = x^3 - \frac{5}{x} + |x^2 - 3|$; $b = -2$

4) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x^2-1}} + |3x-6|$; $b = 2$

II. Soit f la fonction définie par:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-x^2 + 3x - 2}{x-2} & \text{si } x < 2 \\ f(x) = ax^2 + bx - 9 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x+6} - 3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

1) Détermine le domaine de définition de f .

2) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3) Détermine a et b pour que f soit continue en 2 et en 3.

Exercices sur les limites et continuité-11è S- par B. DIARRA

III. Soit h la fonction définie par:

$$\begin{cases} h(x) = |x^3 + x^2|, & \text{si } x < 0 \\ h(x) = x\sqrt{x}, & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ h(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- 1) Détermine le domaine de définition de h .
- 2) Ecris $h(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
- 3) Etudie la continuité de h en -1 , en 0 et en 2 .

Exercice 5

I. Soit f la fonction définie par: $f(x) = \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - x}$

- 1) a. Détermine le domaine de définition de f .

b. Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

c) Peut-on prolonger f par continuité en 1 ? si oui donne son prolongement par continuité.

- 2) Soit la fonction g définie par:

$$\begin{cases} g(x) = f(x), & \text{si } x \in]1; +\infty[\\ g(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x^2 + 4x - 6}, & \text{si } x \in]-\infty; 1[\\ g(1) = k \end{cases}$$

a) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$.

c) Détermine k pour que g soit continue en 1 .

II. Soit la fonction f définie par:

$$f: x \mapsto \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2, & \text{si } x \leq -1 \\ \frac{2m - x}{x^2 + x + 1}, & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ \sqrt{2x^2 + 2x - 4} - x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- 1) Détermine le domaine de définition de f .
- 2) Détermine m pour que f soit continue en -1 .
- 3) Pour la valeur de m trouvée, étudie la continuité de f en 1 et détermine le domaine de continuité de f .
- 4) Détermine $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.