

Quelques généralités sur les fonctions polynômes du second degré

Evaluation1 :

1. Ecrire sous forme canonique les fonctions polynômes du second degré

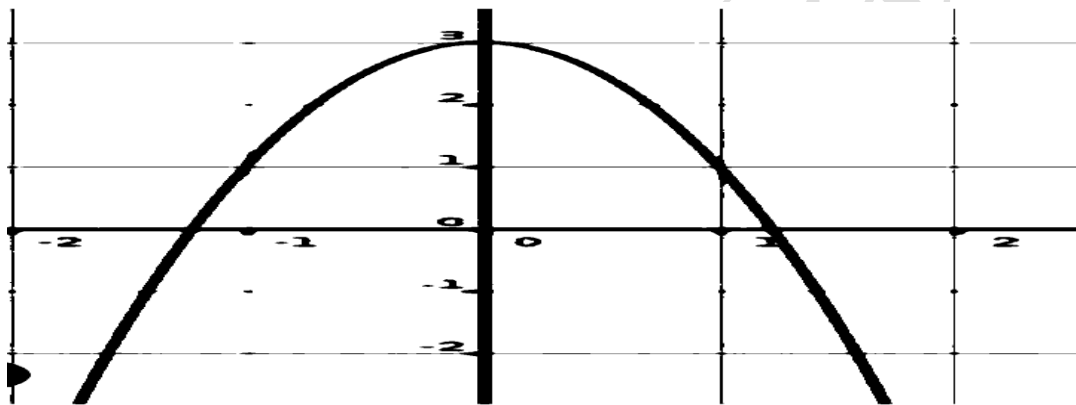
a) $f(x) = 2x^2 - 3x + 5 = 0$; b) $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}$; c) $h(x) = x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + 6$ avec $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{6} = 0$; d) $h(x) = 0.75x^2 - 0.5x - 0.25$ e) $t(x) = x^2 + 5.10^{14}x - 510^{29}$

2. En déduire (si possible) la forme factorisée de chacun de ces polynômes donnés en question1.

3. Représenter graphiquement chacun de ces polynômes en question1.

Evaluation2 :

Soit f la fonction polynôme définie par sa représentation graphique



1. Déterminer graphiquement :

- L'antécédent par f l'ensemble $A = \{0 ; 3\}$
- L'image par f de l'ensemble $B = \{0 ; 1 ; \frac{-3}{2} ; \frac{3}{2}\}$

2. En utilisant cette représentation et les résultats précédents, déterminer la formule explicite de f

3. Dresser son tableau de variation puis donner la nature et la valeur de l'extrémum.

Evaluation3 :

On donne le polynôme du second degré P définie par : $P(x) = ax^2 + bx + c$ et $P(0) = -4$

- Déterminer les réels a ; b et c tels que : $P(2) = 94$ et $P(-1) = 82$
- Déterminer la forme canonique de P puis en déduire si possible une factorisation P .
- En déduire si possible tous les zéros du polynôme P

Evaluation4 :

Soit g un polynôme du second degré et (Γ_g) sa représentation graphique de sommet $S(2 ; -9)$.

- Déterminer la forme canonique du polynôme g passe par le point $A(1 ; 3)$.
- En déduire la forme développée et si possible la forme factorisée de g .
- Dresser le tableau de variation de g .

Evaluation5 :

Soit h un polynôme du second degré défini par son tableau de variation

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
f(x)	$+\infty$	5	1	$+\infty$

1. En utilisant le tableau de variation ci-dessus donner sa forme canonique puis sa forme développée.
2. Déterminer les antécédents de 0 par h et l'image de 0 puis en déduire sa forme factorisée.
3. Faire une représentation graphique du polynôme h.

Equations et inéquations

Evaluation1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- a) $3x^2 + 5x - 8 = 0$; b) $2 - x = 4 - x^2$; c) $-x^2 + x + 6 = 0$; d) $4x^2 + 1 = 0$
e) $x^2 + x + 1 = 0$; f) $x^2 - 4x + 4 = 0$; g) $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + 3\sqrt{2} = 0$

Evaluation2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

- a) $x^2 - 16x + 2(x - 4) \leq 0$; b) $2 - x \geq 4 - x^2$; c) $-x^2 + x + 6 < 0$;
d) $4x^2 + 1 > 0$; e) $x^2 + x + 1 < 0$; f) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$; g) $\frac{5x^2 + 3x - 2}{-3x^2 - 7x + 10} \geq 0$

Problèmes

Evaluation1 :

A. Un homme laisse en mourant $\frac{1}{3}$ de sa fortune à sa femme, $\frac{1}{2}$ à ses enfants, $\frac{1}{12}$ à ses domestiques et 360 000 Frs qui reste pour les bonnes œuvres.

- a) Trouvez la fortune de cet homme
- b) Trouve la part de chacun.

B. Amadou dépense dans un premier magasin le quart de la somme dont il dispose. Dans un second magasin il dépense la moitié du reste. Et après avoir ensuite acheté un objet à 500 F, il lui reste 400 F. De quelle somme disposait-il au départ ?

Evaluation2 :

1. La somme du prix d'un livre et de celui de son carré augmenté de 800000 est 21054500 . Déterminer le prix de ce livre.
2. Déterminer les dimensions d'un terrain rectangulaire sachant que sa largeur est 278 m diminué du triple de sa longueur et que sa surface est 3040 m².
4. Trouver les dimensions d'un champ rectangulaire d'aire 1200 m², sachant que sa longueur dépasse sa largeur de 10 m.

Equations et inéquations avec contraintes

Evaluation1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; b) $x^6 - 8x^3 - 9 = 0$; c) $x^4 - 8x^2 - 9 > 0$; d) $x^6 - 8x^3 - 9 \leq 0$;
e) $(x + 5)^4 - 6(x + 5)^2 - 7 = 0$; f) $(x + \frac{1}{x})^2 - \frac{7}{2}(x + \frac{1}{x}) = 2$; g) $x^2 + 2 + \frac{8}{x^2 + 2} = 6$

Evaluation2 :

Résous dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) $|3x - 1| = |x + 5|$; b) $|2x - 5| = x + 3$; c) $|-7x^2 + 21x - 14| = x - 1$;
d) $|4x^2 - x - 9| = |2x^2 - 5x - 3|$; e) $|-2x - 3| \leq |x + 4|$; f) $|x^2 + x - 3| \geq |2x - 1|$;
g) $|2x^2 - x + 1| \geq |5x^2 - 3x - 22|$; h) $|5 - 3x| + 2|3x + 7| \geq 20$;
i) $|2x - 5| - 3|x - 8| + 4|4 - x| = 15$; j) $|2x - 5| - 3|x - 8| + 4|4 - x| \geq 3x + 5$.

Evaluation3 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

$E(x) = 3$; $E(2x + 1) = -5$; $E\left(x - \frac{3}{2}\right) = 3$; $E(-2x - 5) = 1$; $E\left(\frac{-2x - 5}{x + 2}\right) = 3$.
 $-3E(x) + 12 < 0$; $E(2x + 1) + 5 \geq 0$; $E\left(x - \frac{3}{2}\right) \leq -3$; $E(-2x - 5) > 1$;
 $E\left(\frac{-2x - 5}{x + 2}\right) + 3 \leq 0$; $\frac{-3E(x) + 12}{2x - 3} < 0$; $\frac{-3x + 15}{E(x) + 2} \geq 0$

Equations et inéquations irrationnelles

Evaluation1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations irrationnelles suivantes :

a) $\sqrt{3x + 1} = 4 - x$; b) $x - \sqrt{2x + 1} = 7$; c) $\sqrt{-x^2 + 4x + 5} = x - 6$;
d) $1 + \sqrt{3x^2 - 2x - 1} = x$; e) $\sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x - 4}$; f) $\sqrt{-x^2 + 5x + 9} = x - 3$;

Evaluation2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations irrationnelles suivantes :

g) $\sqrt{7 - x} \leq x - 1$; h) $\sqrt{3(x^2 - 1)} \leq 2x - 1$; h) $\sqrt{x^2 - 9} \leq x - 9$.
i) $\sqrt{x + 1} > 5 - x$; j) $x + \sqrt{x - 1} > 3$; k) $2 - x < \sqrt{x^2 - 5x + 4}$;
l) $\sqrt{5 - x} > \sqrt{x - 3}$; m) $\sqrt{1 - x} > \sqrt{2x - 3}$; n) $\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 2} \geq 3$.

o) $\sqrt{2x + \sqrt{6x^2 + 1}} = x + 1$

Somme et Produit

Evaluation1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants

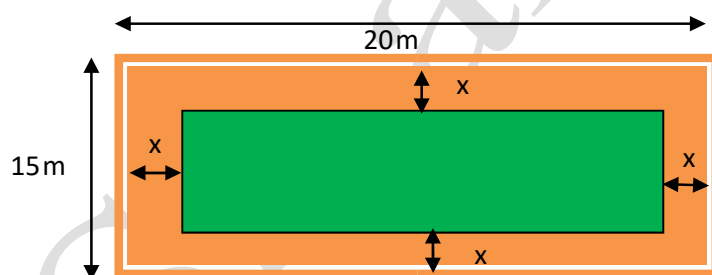
a) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ xy = 3 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 0 \\ xy = -1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x^3 + y^3 = 9 \\ \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 0 \end{cases}$; d) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 17 \\ xy = 2 \end{cases}$; e) $\begin{cases} x^4 + y^4 = 112082 \\ xy = 221 \end{cases}$

Evaluation2 :

- 1) La somme de deux nombres est 17 et la somme de leurs carrés est 149. Trouve les deux nombres.
- 2) La différence entre deux entiers est 4 et leur produit est 96. Trouve les nombres,
- 3) Le produit de deux entiers pairs consécutifs est 440. Trouve les nombres.
- 4) Trouve les mesures des côtes du triangle rectangle dont les mesures des côtes sont trois entiers consécutifs.
- 5) ABCD est un rectangle tels que : $BC=AB+1$ et $AC=2AB$. Calcule l'aire de ce rectangle
- 6) La longueur d'un rectangle est 7 cm de plus que les quatre cinquièmes de sa largeur. Si l'aire du rectangle est 785 cm. Trouve les dimensions de celui-ci.

Evaluation3 :

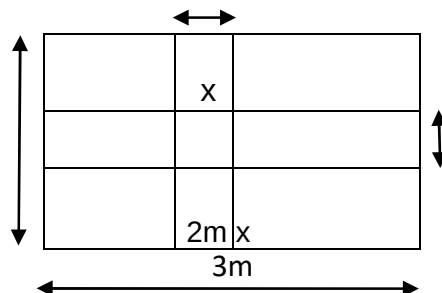
Une cour mesure 15m sur 20m. Tout autour de la cour, mais à l'intérieur, on veut construire un jardin d'une largeur uniforme. Si l'aire occupée par jardin est la même que l'aire du gazon qui occupe l'intérieur de la cour, trouve la largeur du jardin. (Voir figure)



Evaluation4 :

Le drapeau danois a pour dimension 3m sur 2m. L'aire de la croix est égale l'aire colorée. Détermine la

Croix.



largeur x de la

Equations et Inéquations ≥ 2

Evaluation1 :

Soit le polynôme $P(x) = x^4 + x^3 - 5x^2 + x - 6$.

- a) Vérifier que -3 et 2 sont racines de P et en déduire une factorisation de P .
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $P(x) \geq 0$

Evaluation2 :

Soit le polynôme $Q(x) = x^4 - x^3 - 13x^2 + x + 12$

- a) Déterminer les réels a, b et c tels que : $Q(x) = (x^2 - x - 12)(ax^2 + bx + c)$
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation $Q(x) < 0$

Equations et Inéquations Paramétriques

Evaluation1 :

Soit l'équation paramétrique $(E_m) : (m - 2)x^2 + (2m + 2)x + 10m - 14 = 0$

1. Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) est-il du premier degré ?
2. On suppose que (E_m) est du second degré.
 - a. Pour quelles valeurs de m l'équation admet deux (2) solutions de signe contraire ?
 - b. Pour quelles valeurs de m l'équation admet deux (2) solutions positives ?
 - c. Pour quelles valeurs de m l'équation admet deux (2) solutions négatives ?
 - d. Trouve entre les solutions x_1 et x_2 une relation indépendante de m .

Evaluation2 :

On considère l'équation paramétrique $(E_m) : (2m + 1)x^2 + mx + 1 = 0$

1. Pour quelles valeurs de m , (E_m) est du second degré ?
2. Détermine m pour que -1 soit solution de l'équation (E_m) . trouve alors l'autre solution.
3. Détermine les valeurs de m pour lesquelles l'équation (E_m) admet :
 - a. une solution double.
 - b. deux (2) solutions de signe contraire.
 - c. deux (2) solutions toutes positives.
4. On suppose que l'équation (E_m) admet deux solutions réelles x' et x'' .
 - a. Trouve entre les racines x' et x'' une relation indépendante de m .
 - b. Trouve si possible les valeurs de m pour lesquelles : $x'^2 + x''^2 = \frac{1}{4}$.
 - c. Calcule, en fonction de m , le nombre réel $A(m) = \frac{1}{x'-1} + \frac{1}{x''-1}$.
 - d. Résous alors les équations : $(m) = 1$;

Détermine les valeurs de m pour lesquels $f_m(x) < 0$.

Evaluation3 :

Soit l'équation paramétrique (E_m) définir par :

$$(E_m) : (m + 2)x^2 - 2(m + 1)x + m + 3 = 0.$$

1. Classer les racines de (E_m) par rapport au réel $\beta = -4$
2. Trouve entre les solutions x_1 et x_2 une relation indépendante de m .
3. Discuter et résoudre suivant les valeurs de m , l'équation (E_m) .
4. Résoudre et discuter suivant les valeurs de m , l'équation :
 $(m + 2)x^2 - 2(m + 1)x + m + 3 > 0$