



FICHE n°6 : ETUDE DE FONCTIONS NUMERIQUES

Exercice 1

Détermine les asymptotes verticales et horizontales à la courbe représentative (C) des fonctions numériques suivantes, après avoir déterminé l'ensemble de définition.

a) $f(x) = \frac{2}{x-1}$; b) $f(x) = -\frac{4}{x+3}$
c) $f(x) = \frac{x^2+x-12}{x^2-3x-10}$; d) $f(x) = \frac{x-3}{x^2-4}$
e) $f(x) = \frac{2x^2-3}{x^2+x-2}$; f) $f(x) = \frac{x^2-16}{x^2+4}$

Exercice 2

Prouve que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à la courbe représentative (C) des fonctions numériques suivantes, puis détermine la position relative de (C) par rapport à (D).

a) $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$; $y = x$
b) $f(x) = -x + 1 - \frac{3}{x+1}$; $y = -x + 1$
c) $f(x) = -2x + 1 - \frac{1}{x}$; $y = -2x + 1$
d) $f(x) = \frac{x^2+x+1}{2-x}$; $y = -x - 3$
e) $f(x) = \frac{x^3+2x^2}{x^2-1}$; $y = x + 2$

Exercice 3

Précise pour la fonction f , si elle est paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$; b) $f(x) = 2x^3 - 3x$
c) $f(x) = \frac{2x+1}{3-x}$; d) $f(x) = \frac{x^3-2x}{x^2+1}$
e) $f(x) = x^2 - 1 + \frac{1}{2x^2+1}$; f) $f(x) = \frac{1}{2x} + 4$

Exercice 4

Démontre dans chaque cas, que le point I(a; b) est un centre de symétrie de (C).

a) $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$; I(-3; 1)
b) $f(x) = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$; I(1; -1)
c) $f(x) = 2x - 3 - \frac{3}{x+2}$; I(-2; -7)
d) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$; I(1; 1)

Exercice 5

Démontre dans chaque cas, que la droite (D) d'équation $x = a$ est un axe de symétrie de (C).

a) $f(x) = x^2 - 6x + 1$; $x = 3$
b) $f(x) = x^2 - 2x - 3$; $x = 1$
c) $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{2x^2+8x+9}$; $x = -2$
d) $f(x) = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$; $x = 1$

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$
On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Détermine les réels a, b et c sachant que (C) passe par $A(0; 4)$ et que la tangente au point $B(2; 1)$ est parallèle la droite (OI).

Exercice 7

Soit h la fonction définie par : $h(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x-1}$.

Détermine les réels a, b et c sachant que la courbe (C) de la fonction h passe par les points $A(0; 2)$; $B(2; -2)$ et la dérivée de h s'annule pour $x = 2$.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$.
Détermine les réels a, b et c en utilisant les données du tableau de f .

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	ϕ	$-$	ϕ	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

Problème 1

On considère la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto f(x) = x^3 - x^2 - x + 1.$$

- Détermine l'ensemble de définition de f .
- Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- Calcule la fonction dérivée f' de la fonction f .
- Dresse le tableau de variation de f sur son ensemble de définition.
- Construis la courbe de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Problème 2

On considère la fonction définie par : $f(x) = -x^3 + 3x - 2$.

- Détermine l'ensemble de définition D_f de f .
- Calcule les limites aux bornes de D_f .
- a) Calcule la fonction dérivée de la fonction.
b) Etudie les variations de f .
- Détermine une équation de la tangente à la courbe de (C) au point d'abscisse 3.
- Complète le tableau suivant :

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$					

- Trace (C) et (T) dans un repère orthonormé.

Problème 3

Soit la fonction numérique de la variable réelle définie pour tout x par $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + x^2 - 4x + 1$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- Calcule $f'(x)$ puis étudie son signe.
- Dresse le tableau de variation de f .
- Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.
- Construis (C) et (T) dans le même repère.

Problème 4

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 15x^2 + 78x$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition de la fonction f .
- 2) Calcule les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3) Etudie le sens de variation de la fonction f puis dresse son tableau de variation.
- 4) Trace la courbe représentative de la fonction f .

Problème 5

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 12x$.

- 1) Détermine le domaine de définition de la fonction f .
- 2) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 3) Calcule la fonction dérivée de f .
- 4) Etudie le sens de variation de la fonction f puis dresse son tableau de variation.
- 5) Trace la courbe représentative de la fonction f .

Problème 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
- 2) a) Détermine les réels a, b et c tels que :
$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}.$$

b) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à (C).
c) Etudie la position relative entre (C) et (D).
- 3) Montre que le point $I(1; -1)$ est un centre de symétrie de (C).
- 4) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) aux points d'abscisses 2.
- 5) Détermine les coordonnées du point d'intersection entre (C) et l'axe des ordonnées.
- 6) Trace (D), (T) et (C).

Problème 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition de f .
- 2) a) Calcule les limites aux bornes de D_f .
b) Interprète graphiquement le résultat de la limite obtenu en 1.
- 3) a) Vérifie que $f(x) = x + 2 + \frac{4}{x-1}$.
b) Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C).
c) Etudie la position relative entre (C) et (D).
- 4) Etudie le sens de variation de f et dresse son tableau de variation.
- 5) Démontre que le point $A(1; 3)$ est un centre de symétrie de (C).
- 6) Trace (D) et (C).

Problème 8

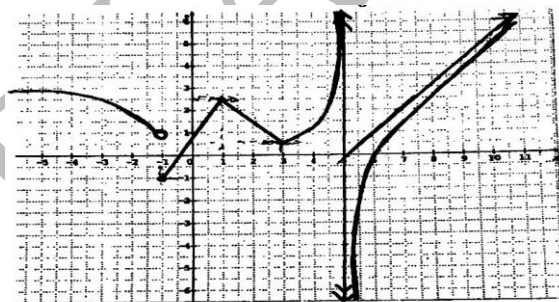
Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- 1) Etudie les variations de f et dresse son tableau de variation.
- 2) a) Détermine les réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$.
b) Montre que la droite (D) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à (C).
c) Etudie la position relative entre (C) et (D).
- 3) A est le point d'intersection des asymptotes à (C).
a) Détermine les coordonnées du point A.
b) Montre que le point A est un centre de symétrie de (C).
- 4) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) aux points d'abscisses 1.
- 5) Détermine les coordonnées du point d'intersection de (C) avec l'axe des repères.
- 6) Trace (D), (T) et (C).

Problème 9

La fonction f est définie par représentation ci-dessous :



- 1) Donne l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
- 2) Donne les limites aux bornes de D_f .
- 3) Etablis une équation de chacune des asymptotes.
- 4) Etudie la continuité de f en -1 .
- 5) Etudie la dérivabilité de f en 1.
- 6) Dresse le tableau de variation f .

Problème 10

Soit la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{4x - 3}$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f .
- 2) Calcule les limites aux bornes D_f .
- 3) Précise l'ensemble de dérivabilité de la fonction f puis calcule sa dérivée.
- 4) Etudie le sens de variation de f .
- 5) Dresse le tableau de variation de f .
- 6) Trace la courbe (C) représentative de la fonction f .

Problème 11

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = \cos 2x - 2 \cos x$ et on note (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

- 1) a) Montre que f est périodique de période 2π .
b) Montre que f est paire.
- 2) a) Montre que la fonction dérivée de f s'écrit :
$$f'(x) = 2 \sin x (1 - 2 \cos x).$$

b) Etudie le signe de f' sur $[0; \pi]$.
- 3) Dresse le tableau de variations de f sur $[0; \pi]$.
- 4) Trace (C) sur un intervalle de longueur 4π .