

EXERCICES SUR LES SUITES NUMÉRIQUES

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique

EXERCICE 1 :

I) – U_1 ; U_n ; r et S_n désignant respectivement le premier terme, le nième terme, la raison et la somme des n premier termes d'une suite arithmétique, calculer :

- 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 7$; $n = 120$; $r = 5$;
- 2) U_1 et S_n , connaissant $U_n = 326$; $n = 72$; $r = 2$;
- 3) r et S_n , connaissant $U_1 = 397$; $U_n = 64$; $n = 1000$;
- 4) n et U_n , connaissant $U_1 = 50$; $r = -4$; $S_n = 330$;
- 5) n et r , connaissant $U_1 = -3$; $U_n = 6$; $S_n = 28,5$;
- 6) U_1 et U_n , connaissant $n = 54$; $r = 4$; $S_n = 270$;

II) – Calculer dans le cas suivant d'une suite géométrique :

- 1) U_n et S_n , connaissant $U_1 = 2$; $q = 3$; $n = 5$;
- 2) q et S_n , connaissant $U_1 = 162$; $U_n = 32$; $n = 5$;
- 3) U_1 et S_n , connaissant $U_n = 54$; $q = 3$; $n = 4$;
- 4) U_1 et U_n , connaissant $q = 0,5$; $n = 7$; $S_n = 571,5$;
- 5) n et q , connaissant $U_1 = 48$; $U_n = 243$; $S_n = 633$;

EXERCICE 2 :

I– On considère les suites (U_n) et (V_n) définies respectivement par

$$U_n = 3n - 5 \quad \text{et} \quad V_n = -7n + 2$$

- 1) Étudier le sens de variations de chacune des suites (U_n) et (V_n)
- 2) Montrer que (U_n) et (V_n) sont des suites arithmétiques dont on précisera leurs raisons et leurs premiers termes.
- 3) Calculer en fonction de n, $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ et $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

II – On considère la suite (V_n) définie par :
$$\begin{cases} V_0 = 0 \\ V_{n+1} = \frac{1}{4}V_n + 3 \end{cases}$$

- 1) Calculer V_2 ; V_3 ; V_4 ;
- 2) On pose $U_n = V_n - 4$. Démontrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme.
- 3) Etudier la convergence de (U_n) puis de (V_n) .
- 4) Calculer $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$.
- 5) Calculer : $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

III – a) Déterminer le premier terme U_0 et la raison r de la suite arithmétique (U_n) sachant que $U_{24} = 101$ et $U_{15} = 65$.

b) Déterminer le premier terme V_0 et la raison $q > 0$ de la suite géométrique (V_n) sachant que $V_5 = 96$ et $V_3 = 24$.

EXERCICE 3 :

I)– Soient a, b, c, d, e cinq termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison r telle que :
$$\begin{cases} a + b + d + e = 60 \\ d + e = 42 \end{cases}$$

1) Exprimer a , b , d et e en fonction de c et r.

2) Déterminer les nombres réels a , b , c , d , e.

II)

1°) Trouver les termes $U_0 ; U_1 ; U_2 ; U_3$ d'une suite arithmétique tels que leur somme est 16 et leur produit est 105.

2°) Trouver trois termes consécutifs $U_1 ; U_2 ; U_3$ d'une suite géométrique dont la somme est 777 et le produit est 343 000.

EXERCICE 4:

Soit (U_n) la suite géométrique de raison $q > 1$ telle que
$$\begin{cases} U_1 \times U_3 = 144 \\ U_1 + U_2 + U_3 = 63 \end{cases}$$

1°) Déterminer $U_1 ; U_2 ; U_3$;

2°) Calculer U_n est fonction de n ; puis $S_n = \sum_{i=1}^n U_i$

3°) Déterminer la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$.

4°) la suite (S_n) est convergente ?.

EXERCICE 5:

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{10}{3} \\ 9U_n + 3U_{n-1} = 4, \forall n \geq 1 \end{cases}$$

1°) Calculer $U_1 ; U_2 ; U_3$;

2°) Démontrer que la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - \frac{1}{3}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.

3°) Calculer V_n , puis en déduire U_n en fonction de n.

4°) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

EXERCICE 6:

Soit a et b des réels tels que : $(a ; a + 4b ; 5a + 2b)$ et $(b + 3 ; 3a + 1 ; 6a + b)$ soit des termes consécutifs de suites respectivement arithmétique et géométrique. Calculer a et b.

EXERCICE 7:

I) – 1°) Trouver 3 nombres consécutifs a, b, c d'une suite arithmétique sachant que :

$$\begin{cases} a + b + c = \frac{12}{7} \\ 5a - 6b + c = \frac{-10}{2} \end{cases} \quad \text{Donner la raison de cette suite.}$$

2°) Trouver 3 nombres a, b, c en progression géométrique sachant que :

$$\begin{cases} a + b + c = 403 \\ c - a = 312 \end{cases}$$

II) Soit (U_n) une suite arithmétique croissante telle que :

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = 9 \\ U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 = 35 \end{cases}$$

1. Calculer le premier terme U_0 et la raison r de cette suite, puis exprimer le terme général U_n en fonction de n .
2. Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = 2^{U_n}$.
 - a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme V_0 et la raison q .
 - b) Calculer : $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$.

EXERCICE 8 :

1. Déterminer une progression arithmétique de quatre termes a, b, c, d ayant pour raison $r = 6$ telle que le produit des termes est égal à 385.
2. Soit la suite arithmétique (U_n) de raison r , ($r \neq 0$) tel que dans cet ordre $U_2 ; U_4 ; U_7$ sont 3 termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q \neq 1$.
 - a) Montrer que $U_0 = 2r$ et $q = \frac{3}{2}$
 - b) Sachant que $U_2 = 3$, calculer U_0 puis U_n en fonction de n .
 - c) Soit la suite (V_n) définie par : $V_n = 10^{U_n}$;

Calculer $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ puis en déduire $P_n = V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n$.

EXERCICE 9 :

1. Trouver sept termes d'une suite géométrique : $U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 ; U_5 ; U_6 ; U_7$

$$\text{tels que : } \frac{U_5}{U_1} = \frac{U_5 + U_6 + U_7}{U_1 + U_2 + U_3} \quad \text{et} \quad \begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = 2 \\ U_5 + U_6 + U_7 = 1250 \end{cases}$$

2. Soit la suite (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 5 \end{cases}$

a) Calculer $U_1 ; U_2 ; U_3$

b) On pose $V_n = \alpha U_n - 10$. Quelle valeur faut-il donner à α pour que (V_n) soit une suite géométrique.

c) Exprimer U_n en fonction de n puis calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.

EXERCICE 10:

A/– soit (U_n) définie par la relation $\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n} \end{cases}$

1. Montrer que la suite (U_n) est à terme positif et majorée par 2.
2. Démontrer par récurrence que (U_n) est croissante ;
3. la suite (U_n) est-elle convergente ? justifier.

B/– Soit u la suite définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = U_n \times 10^{-U_n}$ ($n \in \mathbb{N}$).

On pose $\forall n \in \mathbb{N} ; S_n = \sum_{i=0}^n U_i$;

1. Montrer que u est à termes positifs.
2. Montrer que u est décroissante.
3. En déduire que u converge et trouver sa limite.

EXERCICE 11:

Un épargnant dispose au 1^{er} janvier 2006 d'un capital $C_0 = 10\,000\text{F}$ qu'il place à la Bank of Africa (BOA) à un taux de 6% l'an. Au bout de chaque année le capital est augmenté des intérêts qu'il produit.

On désigne par C_n la valeur du capital au bout de n années.

- 1) Calculer $C_1 ; C_2 ; C_3$.
- 2) Démontrer que : $C_n = C_0 \times (1,06)^n$.
- 3) Au bout de combien de temps n le capital C_0 aura-t-il doublé ?
- 4) En supposant le prix du marché stable, en quelle année son capital peut payer une voiture dont le prix est 20 000F ?

EXERCICE 12:

A/- On pose $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n = \underbrace{1111\dots\dots\dots 111}_n \text{ fois}$

- 1) Calculer U_n en fonction de n .
- 2) Soit $S_n(a) = a + aa + aaa + \dots\dots\dots + \underbrace{aaa\dots\dots aaa}_n \text{ fois}$.

Calculer : $S_n(1)$ en fonction de n .

- 3) Calculer $S_n(a)$ en fonction de n et de a .

- 4) Calculer $S = S_n(1) + S_n(2) + \dots\dots\dots + S_n(9)$.

B/- Soient (Δ_1) ; (Δ_2) ; (Δ_3) ; $\dots\dots\dots$; (Δ_n) ; n droites d'un plan $\mathcal{P}$, sécantes deux à deux en des points distincts. Soit U_p le nombre des régions du plan, déterminées par p de ces droites. Etablir une relation entre U_{p+1} et U_p . En déduire U_n en fonction de n .

EXERCICE 13:

Soient (U_n) et (V_n) deux suites définies par :

$$U_n = \frac{2^n - 4n + 3}{2} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{2^n + 4n - 3}{2}$$

On pose $d_n = U_n - V_n$ et $w_n = U_n + V_n$.

1. montrer que (d_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
2. montrer que la suite (W_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
3. déduire de ce qui précède les sommes suivantes :

$$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots\dots\dots + U_n \quad \text{et} \quad S'_n = V_0 + V_1 + \dots\dots\dots + V_n.$$

EXERCICE 14:

L'étude de la production intérieure brute, au Mali (en milliard de francs) a donné le résultat suivant :

Si $P(n)$ désigne la production intérieure de l'année numérotée n , ($n \in \mathbb{N}$), le rapport : $\frac{P(n+1) - P(n)}{P(n)} = 0,11$ constant. On suppose $P(0) = 140$.

1. a) calculer $P(n+1)$ en fonction de $P(n)$;
b) calculer $P(1)$ et $P(2)$.
c) calculer $P(n)$ en fonction de $P(0)$ et n . En déduire $P(10)$. (On arrondira au milliard supérieur).
2. A partir de quelle année la production sera-t-elle supérieure ou égale à $3 \times P(0)$?
3. A partir de quelle année la production sera-t-elle supérieure ou égale à 14.000 ?